గణితం

పాఠ్య ప్రణాళికలు

(1 నుండి 10 తరగతులు)

తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వ ప్రచురణ,
హైదరాబాదు

గణితం

విద్యా ప్రణాళిక - పాఠ్యప్రణాళిక మరియు విద్యాప్రమాణాలు

1 నుండి 10 తరగతులు

2012

రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన మరియు శిక్షణ సంస్థ

తెలంగాణ, హైదరాబాద్

ముఖ్య సలహాదారులు

డా. ఎన్. ఉపేందర్ రెడ్డి
ప్రొఫెసర్, పాఠ్యప్రణాళిక మరియు పాఠ్యపుస్తక విభాగం
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాద్.

శ్రీ ఎ. సత్యనారాయణరెడ్డి
సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాద్.

కోఆర్డినేటర్లు

కె.కె.వి.రాయలు,
లెక్చరర్., ఐ.ఎ.ఎస్.ఇ., మాసబ్‌టాంక్, హైదరాబాద్.

కె.రాజేందర్‌రెడ్డి,
కోఆర్డినేటర్, సి&టి, ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి., హైదరాబాద్.

రూపకల్పనలో పాల్గొన్నవారు

ప్రాథమిక స్థాయి

కె.రాజేందర్‌రెడ్డి, కోఆర్డినేటర్, సి&టి, ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి., హైదరాబాద్.
కె.కె.వి.రాయలు, ఉపన్యాసకులు, ఐ.ఎ.ఎస్.ఇ., మాసబ్‌టాంక్, హైదరాబాద్.
యం.రామాంజనేయులు, ఉపన్యాసకులు, డైట్, వికారాబాద్.
సి.హెచ్.కేశవరెడ్డి, పి.ఎస్.మెట్లపల్లి, శ్రీరాంపూర్ (మ), అదిలాబాద్.
ఎస్.ధర్మంద్రసింగ్, యు.పి.యస్.పొన్న, ఇచ్చోడ (మ), అదిలాబాద్.
కె.శ్రీధరాచార్యులు, జి.ప.ఉ.పా., రంగాయపల్లి, మెదక్.
ఎ.సైదిరెడ్డి, పి.యస్., జడ్.వి.గుడ, మిర్యాలగూడ (మ), నల్గొండ.
ఎన్.రవిగౌడ్, జి.ప.ఉ.పా., లోకేశ్వరం, అదిలాబాద్.
సి.హెచ్.కేశవ, యస్.జి.టి., యు.పి.ఎస్., వట్టిపల్లి, మిర్యాలగూడ (మ), నల్గొండ.
నమ్రత భత్ర, విద్యాభవన్, ఉదయపూర్, రాజస్థాన్.
పద్మప్రియ షిరాలి, గణితవిద్యావేత్త, రిషివ్యాలి, చిత్తూరు.

ఎలిమెంటరీ మరియు సెకండరీ స్థాయి

కె.రాజేందర్‌రెడ్డి, కోఆర్డినేటర్, సి&టి, ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి., హైదరాబాద్.
కె.కె.వి.రాయలు, ఉపన్యాసకులు, ఐ.ఎ.ఎస్.ఇ., మాసబ్‌టాంక్, హైదరాబాద్.
డా.పి.రమేష్, ఉపన్యాసకులు, ఐ.ఎ.ఎస్.ఈ., ఎస్.డి.ఎస్.ఆర్., నెల్లూరు.
టి.వి.రామకుమార్, ప్ర.ఉ., జి.ప.ఉ.పా., ములుమూడి, ఎస్.డి.ఎస్.ఆర్., నెల్లూరు.
ఎస్.ప్రసాదబాబు, ఎ.పి.టి.డబ్ల్యు.ఆర్.ఎస్(జి), చంద్రశేఖరపురం, ఎస్.డి.ఎస్.ఆర్., నెల్లూరు.
జి.వి.బి.యస్.యన్.రాజు, మున్సిపల్.ఉ.పా., కస్పా, విజయనగరం.
పి.సురేష్ కుమార్, ప్ర.ఉ.పా., విజయనగర్‌కాలనీ, హైద్రాబాద్.
కె.వి.సుందర్ రెడ్డి, జి.ప.ఉ.పా., తక్కశిల, మహబూబ్‌నగర్.
పి.డి.యల్.గణపతి, ప్ర.ఉ.పా., జమిస్తాన్‌పూర్, మాణిక్యేశ్వరినగర్, హైద్రాబాద్.
పి.ఆంథోనిరెడ్డి, ప్ర.ఉ., సెయింట్‌పీటర్ ఉ.పా., ఆర్.ఎన్.పేట., ఎస్.డి.ఎస్.ఆర్., నెల్లూరు.
ఇందర్ మోహన్ సింగ్, విద్యాభవన్, ఉదయపూర్, రాజస్థాన్.
శరణ్‌గోపాల్, పరిశోధన విద్యార్థి, హైద్రాబాద్ సెంట్రల్ యూనివర్సిటీ.

కవర్‌పేజి డిజైనింగ్

కె. సుధాకరాచారి, ఎస్.జి.టి, యు.పి.ఎస్. నీలికుర్తి, మరిపెడ, వరంగల్

ఛైర్మన్, గణిత ఆధారపత్రం, గణిత పాఠ్య ప్రణాళిక, పాఠ్యపుస్తక అభివృద్ధి కమిటీ

ప్రొఫెసర్ వి.కన్నన్,
గణితం – సాంఖ్యక శాస్త్ర విభాగం, హైదరాబాదు విశ్వవిద్యాలయం.

విషయ నిపుణులు

డా॥ హెచ్.కె.దివాన్,
విద్యాసలహాదారు, విద్యాభవన్ సొసైటీ,
ఉదయపూర్, రాజస్థాన్.

శైలేష్ శిరాలి,
గణిత విద్యావేత్త,
రిషివ్యాలి, చిత్తూరు.

సంపాదకులు

ప్రొ॥ ఎన్.సి.హెచ్.పట్టాభిరామాచార్యులు (రిటైర్డ్),
నేషనల్ ఇన్స్టిట్యూట్ ఆఫ్ టెక్నాలజీ,
వరంగల్

డా॥ ఎస్.సురేష్‌బాబు
ఎ.యం.ఓ.,
రాజీవ్ విద్యా మిషన్, హైదరాబాద్.

ప్రొ॥ వి.శివరామ ప్రసాద్ (రిటైర్డ్),
డిపార్ట్‌మెంట్ ఆఫ్ మ్యాథమెటిక్స్,
ఓ.యు., హైదరాబాద్.

బి.హరిసర్వోత్తమరావు (రిటైర్డ్),
ఉపన్యాసకులు
యస్.సి.ఇ.ఆర్.టి., హైదరాబాద్.

ప్రొఫెసర్ కె.బ్రహ్మయ్య (రిటైర్డ్),
యస్.సి.ఇ.ఆర్.టి.,
హైదరాబాద్.

ముందుమాట

మార్పు అనేది అనివార్యం. మనం నివసించే సమాజంలో నిరంతరం మార్పు జరగడం సహజ పరిణామం. సమాజ అవసరాలకు అనుగుణంగా ఎప్పటికప్పుడు మార్పులు చోటు చేసుకుంటాయి. ఈ మార్పులకు మన విద్యావ్యవస్థ కూడా అతీతంకాదు. సమాజంలో జరిగే మార్పులకు అనుగుణంగా పిల్లల అవసరాలు కూడా మారతాయి. తదనుగుణంగా పిల్లలకు ఉద్దేశింపబడిన విద్యాప్రణాళికలలో మార్పులు చేసుకోవల్సిన ఆవశ్యకత కలదు.

గణిత విద్యకు సంబంధించి పిల్లవాని ఆలోచనావిధానాన్ని 'గణితీకరణం' చెందించడమే ప్రధానలక్ష్యం. ఆలోచనావిధానంలో స్పష్టత, ఊహాత్మక ప్రతిపాదనలు / తార్కిక ముగింపు అనేవి గణిత భావనలు పరిపుష్టం చేయుటలో ప్రధానపాత్ర వహిస్తాయి. ఆలోచనా విధానాలు ఎన్ని ఉన్ననూ గణితపరంగా ఆలోచన అంటే అమూర్తమైన విషయాలను అవగాహన చేసుకునే సామర్థ్యంతోబాటు, సమస్యాసాధన నైపుణ్యం పెంపొందించే మార్గాలను అన్వేషించడమే.

విద్యా హక్కు చట్టం – 2009కు అనుగుణంగా 6–14 సంవత్సరాల పిల్లలందరికీ ఎలిమెంటరీ విద్య సార్వత్రికం అయింది. ఈ సార్వత్రీకరణం, గణిత విద్యా ప్రణాళికపై అత్యంత ప్రభావితం చూపుచున్నది. గణితం అనేది ఎలిమెంటరీ విద్యలో తప్పనిసరిగా నేర్చుకోవల్సిన విషయం అయినందున, ప్రతి విద్యార్థికి గుణాత్మకమైన గణిత విద్యను అందించవలసిన ఆవశ్యకత ఏర్పడింది.

గణిత విద్య ప్రతి విద్యార్థికి అందుబాటులోకి తీసుకొని రావడమే కాకుండా ఆనందంగా, ఆహ్లాదంగా నేర్చుకొనే వాతావరణం కల్పించాలి. పాఠశాల విద్యలో మార్పులకు అనుగుణంగా పిల్లలు గణితాన్ని కింది సంర్భాలలో నేర్చుకోగలుగుతారని అంచనావేయబడింది.

1) పిల్లలు ఆనందంగా, ఆహ్లాదంగా గణితాన్ని అభ్యసించడానికి నేర్చుకుంటారు.

2) పిల్లలు గణితాన్ని ముఖ్యమైనదిగా నేర్చుకుంటారు.

3) గణితం అనేది పిల్లల జీవితానుభవాలలో ఒక భాగంగా భావిస్తారు.

4) పిల్లలు అర్థవంతమైన సమస్యలను రూపొందిస్తారు మరియు సాధిస్తారు.

5) పిల్లలు అమూర్త భావనలను నిర్మాణాత్మక సంబంధాల ద్వారా అవగాహన చేసుకుంటారు.

6) పిల్లలు గణితం యొక్క మౌళిక నిర్మాణాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.

7) తరగతిలో ప్రతి పిల్లవాడు నేర్చుకోగలడనే భావనను ఉపాధ్యాయుడు కలిగిఉంటాడు.

8) పిల్లలు గణితాన్ని ఇతర సబ్జెక్టులతోనూ, నిత్యజీవిత సాంకేతికతతోనూ అనుసంధానపరుస్తారు.

పై సందర్భాలను అనుసరించి, గణిత విద్యాప్రణాళికలోనూ, పాఠ్యప్రణాళికలోనూ, పాఠ్యపుస్తకాలలోనూ, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలనూ మరియు మూల్యాంకనా విధానాలలో మార్పులు చేయవల్సిన ఆవశ్యకత ఏర్పడింది, అందుచే ఈ కరదీపిక గణితం యొక్క స్వభావం తెలుసుకొనుటకు మాత్రమే ఉద్దేశించబడినది కాకుండా గణిత విద్యాప్రణాళికలో చోటుచేసుకున్న ఆధునిక ధోరణులను, వినూత్న మార్పులను తెలియచేసే విధంగా రూపుదిద్దబడింది.

పిల్లల అవసరాలను దృష్టియందుంచుకొని వివిధ అంశాలను విశ్లేషణ చేసిన పిదప కింది సిఫార్సులు చేయబడ్డాయి.

a) గణిత విద్య 'సంకుచిత' లక్ష్యాల నుండి 'ఉన్నత' లక్ష్యాలకు దారితీసే విధంగా ఆలోచనా విధానాలు మారాలి.

b) తరగతిలో ప్రతి విద్యార్థి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో పాలు పంచుకొనేటట్లు, సమస్యలను విజయవంతంగా సాధన చేయుటలోనూ, గణిత శాస్త్రవేత్తగా మార్పుచెందుటకు ప్రోత్సహించాలి.

c) విద్యార్థుల సామర్థ్యాలను మదింపు చేయుటలో జ్ఞానాత్మక అంశాలకు మాత్రమే పరిమితం కాకుండా గణిత విద్యా ప్రమాణాలకు అనుగుణంగా అంచనా వేసే పద్ధతులు అవలంభించాలి.

d) ఉపాధ్యాయులు అందుబాటులోగల వివిధ రకాల గణిత వనరులను వినియోగించుకొని పునర్బలం చెందాలి.

గణిత విద్యను అందించుటలో మనం ముఖ్యంగా రెండు ప్రధాన అంశాలపై దృష్టిపెట్టాలి. అది ఏమంటే "అందరు విద్యార్థులు గణితాన్ని నేర్చుకుంటారు" మరియు "అందరు విద్యార్థులు తప్పనిసరిగా గణితం నేర్చుకొనవల్సిన ఆవశ్యకత ఉన్నది". అందుచే మనం గణితాన్ని అందరు పిల్లలకు అందుబాటులోనికి తీసుకొని రావడమే కాకుండా, దానిని గుణాత్మకంగా అందించే బాధ్యత తీసుకోవాలి.

ఈ కరదీపిక తయారీలో జాతీయ స్థాయి విషయనిపుణుల సలహాలు, సూచనలు ఎంతో ఉపయోగపడ్డాయి. వారందరికీ ఎంతో రుణపడి ఉంటాము. రాష్ట్రస్థాయిలో విద్యావిషయక నిపుణులు, సలహాదారులు, గణిత విషయ నిపుణులు, సామాజిక సంస్థలు, తరగతి గది ఉపాధ్యాయులు సిలబస్ రూపకల్పన, విద్యాప్రమాణాల స్థాయి నిర్ధారించుటలో అమూల్యమైన సేవలు అందించారు. వీరందరికీ ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు తెలియజేసుకుంటున్నాము. రాష్ట్ర వ్యాప్తంగా పనిచేస్తున్న గణిత ఉపాధ్యాయులు, విషయనిపుణులు మరిన్ని సలహాలు, సూచనలు చేయడం ద్వారా గణిత విద్య మరింత మెరుగుపడుతుందని ఆశిస్తున్నాము.

సంచాలకులు

రాష్ట్ర విద్యా, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,

తెలంగాణ, హైదరాబాదు.

గణితం

విద్యా ప్రణాళిక, సిలబస్ మరియు విద్యా ప్రమాణాలు

విషయసూచిక

		పేజీ.సం.
1.	**గణితం – సిలబస్‌లో మార్పులు – ఆవశ్యకత**	1
2.	**ఆంధ్రప్రదేశ్ రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం(APSCF-2011) – ముఖ్యాంశాలు**	4
♦	మార్గదర్శక సూత్రాలు	6
♦	రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధిపత్రం	8
♦	SCF-2011 మౌళిక సూత్రాలు	9
3.	**గణిత విద్యాప్రణాళిక – ఆధారపత్రంలోని కొన్ని ముఖ్యాంశాలు**	
	గణిత శాస్త్ర స్వభావం – విద్యార్థి అభ్యసనం	14
♦	పరిచయం	14
♦	గణితం ఎందుకు?	14
♦	గణితం – విద్యార్థి స్వభావం	14
♦	గణితం నేర్చుకోవడంలో విద్యార్థి సామర్థ్యం	15
♦	గణిత బోధనా లక్ష్యాలు	15
♦	పాఠశాల గణిత దార్శనికత	15
♦	అభ్యసనం పెంపుదలలో విద్యార్థి భాగస్వామ్యం	16

		పేజీ.సం.
♦	గణిత అభ్యసనం – వనరులు, సామగ్రి	17
♦	పాఠ్యపుస్తక రచనలో దృష్టియందుంచుకొన్న మౌళికాంశాలు	17
♦	గణిత ఉపాధ్యాయుని పాత్ర	18
4.	**గణితశాస్త్ర బోధనాలక్ష్యాలు**	
♦	ఎలిమెంటరీ స్థాయిలో గణిత లక్ష్యాలు	19
♦	సెకండరీ స్థాయిలో గణిత లక్ష్యాలు	19
5.	**గణిత సిలబస్ – ప్రాథమిక స్థాయి – విద్యార్థుల సాధన ప్రమాణాలు**	
a)	1 నుండి 5 తరగతుల సిలబస్	21
b)	ప్రాథమిక స్థాయిలో విద్యాప్రమాణాల సాధనకు సూచికలు	32
c)	తరగతివారీ విద్యాప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు	38
6.	**గణిత సిలబస్ – ఎలిమెంటరీ స్థాయి/సెకండరీ స్థాయి – విద్యార్థుల సాధన ప్రమాణాలు**	
a)	6 నుండి 10 తరగతుల సిలబస్	63
b)	ఎలిమెంటరీ / సెకండరీ స్థాయిలో విద్యాప్రమాణాల సాధనకు – సూచికలు	81
c)	తరగతివారీ విద్యాప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు	83

		పేజి.సం.
7.	**గణిత విద్యా ప్రణాళిక – అమలు (1, 2 తరగతులు)**	
a)	తరగతిగది వాతావరణం – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు	123
b)	బోధనాభ్యసన సామగ్రి	125
c)	పాఠ్యపుస్తకాలు	126
d)	ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత, సాధన సూచికలు	126
e)	మూల్యాంకనం	127
8.	**గణిత విద్యా ప్రణాళిక – అమలు (3, 4, 5 తరగతులు)**	
a)	తరగతిగది వాతావరణం – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు	128
b)	బోధనాభ్యసన సామగ్రి	129
c)	పాఠ్యపుస్తకాలు	130
d)	ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత, సాధన సూచికలు	131
e)	మూల్యాంకనం	132
9.	**గణిత విద్యా ప్రణాళిక – అమలు (6, 7, 8 తరగతులు)**	
a)	తరగతిగది వాతావరణం – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు	133
b)	బోధనాభ్యసన సామగ్రి	135
c)	పాఠ్యపుస్తకాలు	135
d)	ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత, సాధన సూచికలు	136
e)	మూల్యాంకనం	136

		పేజి.సం.
10.	**గణిత విద్యా ప్రణాళిక – అమలు (9, 10 తరగతులు)**	
a)	తరగతిగది వాతావరణం – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు	137
b)	బోధనాభ్యసన సామగ్రి	138
c)	పాఠ్యపుస్తకాలు	139
d)	ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత, సాధన సూచికలు	140
e)	మూల్యాంకనం	140
11.	**బోధన మరియు అభ్యసన వనరులు – గణితం (సంప్రదించదగు అంతర్జాలాలు)**	141
♦	సాధారణ వనరులు	142
♦	సంఖ్యలు	142
♦	ఆల్‌జీబ్రా	143
♦	సమస్యాసాధన	143
♦	ఇతరములు	144
♦	e–పుస్తకాలు	144
	గణిత విద్య కోసం చదవవల్సిన కొన్ని ముఖ్యమైన వ్యాసాలు	147

I. గణితం - సిలబస్‌లో మార్పులు - ఆవశ్యకత

పరిచయం :

ఎప్పుడు, ఎటువంటి గణితం నేర్చుకోవాలి?

గణితం అంటే సంఖ్యలు మరియు ప్రక్రియలు మాత్రమేనా?

గణితంలో సమస్యాఃసాధన మెళుకువలు నేర్చుకుంటే సరిపోతుందా?

పై నుదహరించిన ప్రశ్నలకు సమాధానం అంత సులభం కాదని మీకు తెలుసు. ఇటువంటి ప్రశ్నలకు సమాధానం కావాలంటే, మనం సాధారణంగా తరగతి గదిలో జరిగే గణిత బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిశితంగా పరిశీలించవలసి ఉంటుంది. 3 సంవత్సరాల క్రితం వరకు మనం ఈ విషయాలను పరిశీలిస్తే గణిత అభ్యసనం అనేది "జ్ఞాపకశక్తి (మెమొరీ) ఆధారంగా జరుపబడేది గణితం నేర్చుకోవడం అంటే సూత్రాలను గుర్తుపెట్టుకోవడం, భావనలను కంఠస్థం చేయడం సమస్యాసాధనకు సంబంధించి కొన్ని మెళకువలు తెలుసుకోవడమే. ఇదే విధంగా గణిత బోధన ఎక్కువగా మూల్యాంక ధోరణిలో సాగేది. పరీక్షలలో అత్యధికంగా పొందిన మార్కులను బట్టి విద్యార్థులు గణితంలో బాగా రాణించారని, తెలివైన విద్యార్థులని భావింపబడేది. అందుచే విద్యార్థులు గణితంలో సామర్థ్యాలను సాధించడం కన్నా మార్కులు పొందే మార్గాలనే అన్వేషించేవారు. దీనివలన తెలివైన, వెనుకబడే విద్యార్థులకు కేవలం మార్కులు మాత్రమే ప్రాతిపదికగా మారింది. అయితే ఇందులో ఆశ్చర్యకరమైన విషయమేమంటే, వీరిలో చాలామంది గణితాన్ని కష్టతరమైన సబ్జెక్టుగా భావించడమే. దీనికి కారణం గణితం అనేది కొంతమందికి మాత్రమే అవగాహన అవుతుందని సమాజంలో అపోహ ఎక్కువగా ఉండడమే. ఇది చాలామందికి గణితం అంటే భయం ఏర్పడడానికి కారణం అయింది. పరీక్షలలో అత్యధికంగా పొందిన మార్కులనుబట్టి ఆయా విద్యార్థులు గణిత సామర్థ్యాలు అన్నింటిలో నిష్ణాతులు అని చెప్పడం కష్టతరం అవుతుంది.

మనం ప్రస్తుతం గణిత తరగతిలో జరిగే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను పరిశీలిస్తే, ఇది జ్ఞానాన్ని (సమాచారం) పిల్లలకు అందించే ప్రక్రియగానే కొనసాగుతున్నది. తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్యపుస్తకంలో పొందుపర్చిన అంశాలను చెప్పి, సమస్యలను నల్లబల్లపై సాధనచేస్తే పిల్లలు నోట్ పుస్తకాలలో రాసుకోవడంగా జరుగుతున్నది. 'సమస్యను సాధించడం'లో ఉపాధ్యాయుడు సోపానాలను నల్లబల్లపై రాస్తుంటే, పిల్లలు నిశ్శబ్దంగా, శ్రద్ధగా వినడం జరుగుతుంది. తరవాత మరింత శ్రద్ధగా నోట్ పుస్తకాలలో సాధనలు రాస్తారు.

దీని నుండి "సమస్యాసాధన" సామర్థ్యం నిజంగా పిల్లలలో ఏర్పడుతుందా? అనే ప్రశ్న ఉదయిస్తుంది. పిల్లలలో పరిశీలన, ప్రశ్నించేతత్వం, అన్వేషణ, కొత్తవిషయాలను నేర్చుకోవాలనే ఆసక్తి, సంశ్లేషణాత్మక, విశ్లేషణాత్మక దృష్టి వంటి సహజసిద్ధమైన సామర్థ్యాలు ఉంటాయి. కాని తరగతి గది బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో వీటికి చోటుకల్పించే సందర్భాలు అరుదుగా ఉంటున్నాయి.

ఒక వ్యక్తి తనయొక్క సహజసిద్ధమైన సామర్థ్యాలను వినియోగించుకోలేని సందర్భంలోనూ గణిత భావనలను అర్థంచేసుకోవడంలో నిర్వీర్యుడవుతాడు. ఇటువంటి సందర్భంలో గణితంలో ఏ సమస్యను సాధించాలన్నా ఉపాధ్యాయునిపైనగానీ లేదా ఇతర పెద్దవారిపైన గానీ ఆధారపడతాడు.

అందుచే, అసలు సమస్య ఎక్కడ ఉన్నది?

పాఠ్యపుస్తకాల వలననే ఈ సమస్య వస్తున్నదా?

దీనికి గణిత ఉపాధ్యాయుల వైఖరే కారణమా?

తరగతిగదిలో జరిగే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో లోపం ఉన్నదా?

విద్యా ప్రణాళికలో ఏవైనా లోపాలున్నాయా?

అసలు, విద్యాప్రణాళిక (కరిక్యులం) అంటే ఏమిటి?

కొఠారీ కమీషన్ నివేదిక ప్రకారం "వివిధ సందర్భాలలో విద్యార్థులకు అందించే జ్ఞానం, సామర్థ్యాలను సాధించడానికి తగిన అభ్యసన అనుభవాలను కల్పించడం అనే రెండు అంశాల సమాహారమే విద్యాప్రణాళిక" అని చెప్పబడింది.

స్మిత్, స్టాన్‌లీ మరియు షోర్స్ నివేదికను అనుసరించి "విద్యాప్రణాళిక అనేది నిర్మాణాత్మకమైన సాంస్కృతిక పునరుత్పత్తి. ఇది చాలా ఎక్కువ. దీనిలో సాంఘిక బాధ్యతతో కూడి విశాలమైన భావాలతో కూడిన వైయక్తిక ఆలోచనావిధానాలు ముడిపడి ఉంటాయి".

వీటి నుండి 'విద్యాప్రణాళిక' (కరిక్యులం) యొక్క అర్థాన్ని మనం కొంతవరకు అవగాహన చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

- ఇది పాఠశాలలోనూ, పాఠశాల బయట విద్యార్థులు పొందే అనుభవవాల సమాహారం.
- ఇది పిల్లలు ప్రమాణాలు ఎలా సాధించాలో చెబుతుంది.
- ఇది నిత్యజీవితంలో ఉపయోగపడుతూ, సమాజాభివృద్ధికి దోహదపడుతుంది.
- ఇది పిల్లల యొక్క సాంఘిక బాధ్యతను వాస్తవ దృక్పథంతో వివరిస్తుంది.

గణిత అభ్యసనం అంటే పాఠ్యపుస్తకంలోగల నిర్వచనాలు, సూత్రాలు తెలుసుకొని సమస్యలు సాధించడమే కాదు. గణితానికి సహజసిద్ధంగా ఒక ప్రత్యేకత ఉన్నది. గణితంలో తర్కం ఇమిడి ఉన్నది. ఈ తార్కిక ఆలోచనలతోనే గణితం అభివృద్ధి పరచబడింది అని తెలుసుకోవాలి. అందుచే గణిత తరగతిలో విద్యార్థులు సమస్యాసాధనలో తగిన కారణాలు అన్వేషించడం, సమస్యలలో ఇమిడివున్న తార్కికతను అవగాహనచేసుకోవడానికి ప్రోత్సహించాలి. వివిధ నిత్యజీవిత అనుభవాలు, సంఘటనల ఆధారంగా విద్యార్థి యొక్క ఆలోచనలకు మెరుగుదిద్దే విధంగా తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు సహాయపడాలి. విద్యార్థులు తమ భావాలను స్వేచ్ఛగా వ్యక్తీకరించే అవకాశం కల్పించాలి. విద్యార్థి పొందిన అనుభవాల ఆధారంగా భావనలు అవగాహన చేసుకోవడానికి తగిన వాతావరణం కల్పించాలి అంతేగాని అన్ని విషయాలు ఉపాధ్యాయుడే చెప్పేవిధంగా ఉండరాదు.

గణితం అనేది శాస్త్రాలన్నింటికీ 'రాణి' వంటిది. గణిత భావాలు అనేక ఇతర విషయాల భావాలతో ముడిపడి ఉంటాయి. కానీ గణితానికి ఉన్న విలువ దృష్ట్యా ఇది ఒక స్వయం ప్రతిపత్తికలిగిన సబ్జెక్టుగా విరాజిల్లుతున్నది. కొందరు ఈ సబ్జెక్టును భౌతికశాస్త్రంతో మాత్రమే అనుసంధానిస్తారు. కాని గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో అంశాలను మిగిలిన అన్ని సబ్జెక్టులలో ఉన్న అంశాలతోనూ అనుసంధానింపజేసుకొనేట్లు పిల్లలను ప్రోత్సహించాలి.

గణిత పాఠ్యపుస్తకాలు అపరిమితమైన సమాచారంతో నిండివుంటున్నాయి. పాఠ్యపుస్తకంలో చాలా భాగం పిల్లలు స్వయంసిద్ధంగా ఆలోచించడానికి తద్వారా భావనల అవగాహన దారితీసే విధంగా తీర్చిదిద్దబడడంలేదు. ఉపాధ్యాయులు పాఠ్యపుస్తకంలో సమాచారాన్ని వివరించడానికి, పిల్లలు ఆ సమాచారాన్ని గ్రహించడానికి మాత్రమే అవకాశం ఉంటున్నది. గణిత అభ్యసనం అంటే సిలబస్ పూర్తిచేసి, పరీక్షలకు సిద్ధం కావడంగానే కొనసాగుతున్నది. పిల్లలు పరీక్షలలో ఎక్కువ మాక్కులు పొందినప్పటికీ, ఈ మార్కులు తన నిత్యజీవతంలో సమస్యలు సాధించుకోవడానికిగాని, సమాజాభివృద్ధికి దోహదపడుతున్నాయో అనేది ప్రశ్నార్థకం. పరీక్షలలో అత్యధిక మార్కులు, ర్యాంకులు పొందిన విద్యార్థులు నిత్యజీవితంలో అదే స్థాయిలో స్థిరపడకపోవడం మనం గమనిస్తూ ఉన్నాం.

పిల్లలకు ఆటలంటే బాగా ఇష్టం. వారు సవాళ్ళను స్వీకరించడానికి ఇష్టపడతారు. కొత్తవిషయాలను ప్రత్యక్ష అనుభవాల ద్వారా తెలుసుకోవడానికి ఆసక్తి చూపుతారు. గణిత లక్ష్యాలసాధనలో ఇటువంటి అనుభవాలు, వ్యూహాలే పిల్లల మేధస్సుకు మరింత పదునుబెడతాయి. గణిత సమస్యల సాధనకొరకు గణిత సామర్థ్యాలను పిల్లలలో మెరుగుపర్చవలసి ఉన్నది. గణిత తరగతిలో ఇటువంటి సామర్థ్యాలను మెరుగుపర్చేవిధంగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు దోహదపడాలి. తద్వారా మెరుగైన సమాజాభివృద్ధికి ఇవి దారితీస్తాయి.

పై చర్చ ద్వారా, గణిత విద్యాప్రణాళికలో మార్పులు అనివార్యంగా గోచరిస్తున్నాయి. అంటే గణిత పాఠ్య పుస్తకాలు, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు మరియు మూల్యాంకనంనందు మార్పులు. అందుచే జాతీయ విద్యాప్రణాళిక చట్రం (NCF-2005)ను ఎన్.సి.ఇ.ఆర్.టి. వారు విస్తృత స్థాయిలో పరిశోధనలు, చర్చాగోష్టుల ద్వారా అనేక కార్యశాలలో రూపొందించింది. జాతీయ స్థాయిలో రూపొందించిన NCF-2005లో గల విస్తృత లక్ష్యాలను దృష్టియందుంచుకొని ప్రతి రాష్ట్రంలో ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి. వారు తమ రాష్ట్ర భౌగోళిక పరిస్థితులు, సంస్కృతి, సాంప్రదాయాలకు అనుగుణంగా చిన్న చిన్న మార్పులతో విద్యాప్రణాళికలు (కరిక్యులం) రూపొందించుకోవడానికి మార్గదర్శకత్వం కల్పించబడింది. దీనికి అనుగుణంగా APSCERT వారు APSCF-2011 విద్యాప్రణాళిక పరిధి పత్రాన్ని రూపొందించి ప్రతి సబ్జెక్టుకు ఆధార పత్రాలను కూడా రూపొందించారు. వీటి ఆధారంగా గణిత యొక్క స్వభావం, వివిధ గణిత బోధనా పద్ధతులు, విద్యాప్రమాణాలు, పిల్లలు గణితం నేర్చుకొనే వివిధ వ్యూహాలు, మూల్యాంకనం వంటి అంశాలు విస్తృతస్థాయిలో చర్చించి సార్వజనీనం కావించబడింది.

మనం గణిత విద్యాప్రణాళికలో చోటుచేసుకున్న విస్తృతమైన మార్పులను అంశాల వారీగా రాబోయే అధ్యాయాలలో తెలుసుకుంటాం. గణిత లక్ష్యాలు, తరగతి వారీగా సిలబస్, విద్యాప్రమాణాలు, బోధనాభ్యసన వ్యూహాలు, బోధనకు ఉపకరించే వివిధ రకాల వనరులు, బోధనాభ్యసన సామగ్రి గురించి వివరణాత్మకంగా ఈ అధ్యాయాలలో పొందుపర్చడం జరిగింది. గణిత ఉపాధ్యాయులు ఈ వినూత్నమైన వ్యూహాలను గణిత తరగతి గదులలో ఆవిష్కరించి మెరుగైన గణిత అభ్యసనానికి దోహదపడతారని ఆశిద్దాం.

2. రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక చట్రం - 2011

చదువుకోవడం అనేది ఒకప్పుడు గౌరవాన్ని ఇనుమడింపజేసే అంశం మాత్రమే. కానీ ప్రస్తుతం అది ఒక ప్రాథమిక హక్కు. ఎలిమెంటరీ స్థాయి వరకు బడిఈడు పిల్లలందరూ నాణ్యమైన విద్యను పొందడం "ఉచిత నిర్బంధ విద్యాహక్కు చట్టము – 2009 (RTE-2009)" ప్రకారం ప్రాథమిక హక్కుగా మారింది. విభిన్న సంస్కృతులు, భాషా వైవిధ్యత కల్గిన మనదేశములో **అందరికీ విద్య**ను అందించడం గురించి భారతరాజ్యాంగం స్పష్టముగా పేర్కొంది.

గత ఆరు దశాబ్దాలుగా అందరికీ విద్యను అందించడానికి మనదేశంలో ఎన్నో పథకాలు, కార్యక్రమాలు అమలు జరిగాయి. జరుగుతున్నాయి కూడా! అయినప్పటికీ ఇంకను సవాళ్ళు తెరముందుకు వస్తూనే ఉన్నాయి. బాల కార్మికత, గుడిబయట పిల్లలుండడం; నాణ్యతాలోపం; జవాబుదారీతనం లోపించడం; యాంత్రికమైన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు, ప్రమాణాల పేరుతో అధిక సమాచార భారంతో బరువెక్కిన పాఠ్యపుస్తకాలు; ఒత్తిడి, ఆందోళన, మార్కులు, ర్యాంకులకు పరిమితమైతున్న మూల్యాంకన విధానాలు; అడుగంటుతున్న విలువలు, రోజురోజుకు వ్యాపార ధోరణి పెరుగుతూ క్రమేణా ఉన్నవారు ఒకరకమైన చదువులు, లేని వారు ఇంకొకరకమైన చదువులు పొందుతున్న విద్యా వాతావరణం, మౌళిక వసతుల కొరత మొదలగు సవాళ్ళను మనం గమనించవచ్చు. మన రాష్ట్రంలోని పరిస్థితి కూడా ఇందుకు భిన్నంగా ఏమీ లేదు. వాటికి తోడు ప్రభుత్వ పాఠశాలల్లో పిల్లల సంఖ్య తగ్గుముఖం పట్టడం, సమాచారాన్ని జ్ఞాపకముంచుకోడాన్నే జ్ఞానంగా భావించడం, గిరిజనులు, అల్పసంఖ్యాక వర్గాలు, బాలికలు మొదలగు వర్గాలు ఇతర వర్గాలతో సమానంగా విద్య పొందలేకపోవడమనే అదనపు సమస్యలు కూడా ఉన్నాయి.

ఇలాంటి పరిస్థితులను అధిగమించడానికి భారత రపభుత్వం జాతీయ స్థాయిలో జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2005 (NCF - 2005) ను 'భారంలేని విద్య' (Learning without burden) అనే నివేదిక ఆధారంగా రూపొందించింది. పిల్లల చదువులు బట్టీ విధానాలకు పరిమితం కాకుండా, అర్థవంతముగా మారాలని, నేర్చుకొన్న జ్ఞానాన్ని నిత్యజీవితములో వినియోగించాలని, నేర్చుకోవడము అనేది పాఠ్య పుస్తములకే పరిమితం కారాదని, ఆందోళన, పోటీతత్వం అధిగమించేలా పరీక్షల విధానాలను సంస్కరించాలని జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2005 సూచించింది.

ఈ అంశాలతోపాటు పిల్లలందరూ నాణ్యమైన విద్యను పొందడాన్ని చట్ట బద్దం చేస్తూ ఉచిత నిర్బంధ విద్యాహక్కు చట్టం 2009 (RTE-2009) అమలులోకి వచ్చింది. పాఠశాల విద్యలో కీలకమైన వ్యక్తులు ఉపాధ్యాయులు, ఉపాధ్యాయ నిర్మాణంపైననే నాణ్యమైన విద్య ఆధారపడి ఉంటుందని ఉపాధ్యాయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2010ని (NCFTE-2010) జాతీయ ఉపాధ్యాయ విద్య సంస్థ (NCTE) రూపొందించింది.

భారములేని విద్య నివేదిక, జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం (NCF - 2005), ఉచిత నిర్బంద విద్యాహక్కు చట్టం (RTE-2009), ఉపాధ్యాయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం (NCFTE-2010) ప్రతిపాదనలు, మార్గదర్శకాలను పరిశీలించినప్పుడు మన రాష్ట్రములోని పాఠశాల విద్యలో సంస్కరణలు చేపటట్టం అత్యవసరమని భావించారు. ఇందుకోసం మన రాష్ట్రములో కూడా రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2011 (State Curriculum frame work-2011)ను రూపొందించడానికి జాతీయస్థాయి విషయ నిపుణులు, ఉపన్యాసకులు, ఉపాధ్యాయులు, స్వచ్ఛంద సంఘాల సభ్యులు, విశ్వవిద్యాలయాల ఆచార్యులు మొదలగు వారితో సలహా సంఘమును, స్టీరింగ్ కమిటీని రాష్ట్ర ప్రభుత్వము ఏర్పాటు చేసింది. అట్లే వివిధ సబ్జెక్టులు, సహపాఠ్యాంశములకు చెందిన 18 అంశాలలో ప్రస్తుత పరిస్థితిని విశ్లేషించి ప్రతివాదనలతో ఆధారపత్రాలను రూపొందించడానికి ఒక్కొక్క అంశానికి ఒక్కొక్క ఫోకస్ గ్రూపును కూడా నియమించింది.

వాటి వివరాలు:

1. విద్యా విషయక ఆధారపత్రాలు (Position Papers on Subject Areas) :

1.1 భాష – భాషాబోధన – ఆధారపత్రం (Position Paper on Language and Language Teaching)

1.2 ఆంగ్లబోధన – ఆధారపత్రం (Position Paper on English Teaching)

1.3 విజ్ఞానశాస్త్ర విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Science Education)

1.4 గణిత విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Mathematics Education)

1.5 సాంఘికశాస్త్ర విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Social Science Education)

1.6 పరిసరాలు – అభ్యసనం – ఆధారపత్రం (Position Paper on Habitat and Learning)

1.7 కళావిద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Art Education)

2. వ్యవస్థాపక సంస్కరణలు (Position Papers on Systemic Reforms) :

2.1 విద్యా లక్ష్యాలు – ఆధారపత్రం (Position Paper on Aims of Education)

2.2 వ్యవస్థాపర సంస్కరణలు – ఆధారపత్రం (Position Paper on Systemic Reforms)

2.3 ఉపాధ్యాయ విద్య – ఉపాధ్యాయ వృత్తిపర అభివృద్ధి – ఆధారపత్రం (Position Paper on Teacher Education and Teacher Professional Development)

2.4 అభ్యసనం కొరకు మూల్యాంకనం – ఆధారపత్రం (Position Paper on Assessment of Learning)

2.5 విద్యా సాంకేతికత – ఆధారపత్రం (Position Paper on Education Technology)

2.6 విద్యాప్రణాళిక – పాఠ్యపుస్తకాలు – ఆధారపత్రం (Position Paper on Curriculum and Textbooks)

3. రాష్ట్ర సంబంధిత ముఖ్యమైన అంశాలు (Position Papers on State concerns) :

3.1 విభిన్న వర్గాల విద్య (ఎస్.సి., ఎస్.టి., మైనార్టీ – బాలికలు – సమ్మిళిత విద్య) – ఆధారపత్రం (Position Paper on Education for Diversities - S.C, S.T, Minority, Girls, Inclusive)

3.2 ఆరోగ్య – వ్యాయామ విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Health and Physical Education)

3.3 బాల్యారంభ విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Early Childhood Education)

3.4 పని మరియు విద్య – ఆధారపత్రం (Position Paper on Work and Education)

3.5 నైతికత – విలువలు – మానవ హక్కులు – ఆధారపత్రం (Position Paper on Ethics, Values and Human Rights)

మార్గదర్శక సూత్రములు (Guiding Principles) :

రాష్ట్ర విద్యాప్రణాళిక చట్రం 2011నకు మూలాదారము NCF - 2005, RTE-2009 'జాతీయ విజ్ఞాన కమీషన్' ప్రతిపాదనలు. ఈ పత్రము తయారిలో ఈ కింది నివేదికలను పరిగణలోనికి తీసుకొన్నారు.

- జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2005 (NCF - 2005)
- ఉచిత నిర్బంద విద్యాహక్కు చట్టము – 2009 (RTE-2009)
- భారత రాజ్యాంగ ప్రవేశిక మరియు 73, 74వ రాజ్యాంగ సవరణలు.
- భారత ప్రభుత్వ నివేదిక – భారములేని విద్య (GOI - Report on Learning without burden)
- ఉపాధ్యాయ విద్య జాతీయ విద్యా ప్రణాళికా చట్రం – 2010 (NCFTE-2010)
- జాతీయ విజ్ఞాన కమీషన్ ప్రతిపాదనలు (Knowledge Commission Recomendations)

జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం–2005 (NCF-2005) :

జాతీయ విద్యాప్రణాళిక చట్రం–2005 ముఖ్యోద్దేశ్యము విద్యావ్యవస్థను ఆధునీకరణంచేయడం. ఇది ప్రతిపాదించిన మార్గదర్శక సూత్రములు ఈ కింది విధముగా యున్నాయి.

- బడిబయట వాతావరణముతో విద్యార్థులు నేర్చుకొంటున్న జ్ఞానమును అనుసంధానము చేయాలి.
- బట్టీ విధానమును విడనాడి కృత్య ఆధారిత అభ్యసనమునకు మారడం.
- పాఠ్యపుస్తక కేంద్రీకరణ నుండి దూరముగా జరిగి విద్యా ప్రణాళికను మార్చి విద్యార్థుల సర్వతోముఖాభివృద్ధికి కృషి చేయడం.
- మూల్యాంకన విధానమును సంస్కరించి, సులభతరము చేసి, తరగతి గది అభ్యసనతో అనుసంధానం చేయడం.
- ప్రజాస్వామ్య విధానములో విద్య అందరికీ అందుబాటులోకి తీసుకొనిరావడం.

ఉచిత నిర్బంద విద్యకు బాలల హక్కు చట్రం–2009 (RTE-2009) :

విద్యా వ్యవస్థలోని అపసవ్య, అశాస్త్రీయ విధానాలను చాలా సునిశితముగా విమర్శిస్తూ రావలసిన మార్పులు, చేర్పుల గురించి ప్రొఫెసర్ యశ్‌పాల్ గారు 2003 సంవత్సరములో 'భారములేని విద్య' అనే నివేదికను భారత ప్రభుత్వమునకు సమర్పించారు. NCF - 2005 సూచించిన పలు అంశాలతోపాటు సమాజములో కొంతమంది పిల్లలు బాల కార్మికులుగా ఉండడము, వారి ప్రవేశములకు నియమ నిబంధనలు అడ్డంకిగా నిలవడం వంటి అంశాలను పరిగణలోనికి తీసుకొని ప్రాథమిక హక్కుగా మారిన 'విద్య'ను పిల్లలందరూ పొందడానికి ఉద్దేశించి మన దేశములో 2009 ఆగష్టు మాసములో భారత పార్లమెంటులో చట్టాన్ని ప్రవేశ పెట్టారు. ఈ చట్టం 26 ఆగష్టు, 2009 భారత రాష్ట్రపతిచే ఆమోదం పొందింది. భారత ప్రభుత్వము ఈ చట్టమును, ఉచిత, నిర్బంద విద్యకు బాలలహక్కు చట్టం – 2009 (Right to education act - 2009) అని పేర్కొని 27 ఆగష్టు, 2009 రోజున గెజిట్ ద్వారా విడుదల చేసింది. RTE-2009 చట్టం ఏప్రియల్

1, 2010 నాటితో అమలులోకి వచ్చింది. భారతదేశ బాలలందరూ అంటే జాతి,, మత, కులాలకు అతీతముగా బడిలోచేరి నాణ్యమైన విద్యను పొందదానికి ఈ చట్టము ద్వారా ప్రాథమిక హక్కు కల్పించబడింది. నాణ్యమైన విద్య ద్వారా ఒక బాధ్యతాయుతమైన మంచి పౌరులుగా ఎదగడానికి కావలసిన జ్ఞానం, నైపుణ్యము, వైఖరులు, విలువలు, నాణ్యమైన విద్య ద్వారా వారికి అందించబడతాయి.

- పిల్లలందరూ జీవించడానికి అవసరమైన పోషకాహారం, తాగునీరు, ఆరోగ్యకరమైన, పరిశుభ్రమైన పరిసరాలు / వాతావరణము కలిగి ఉండటం.
- బద్రత, ప్రేమ పూర్వకమైన స్వేచ్ఛావాతావరణం కలిగి ఉండడం.
- పిల్లల అభివృద్ధికి తోడ్పడే పాఠ్య, సహపాఠ్య కార్యక్రమాలన్నింటిలో పాల్గొనడము.
- బాలల్లో ఉండే సహజమైన అంతర్గత శక్తులు, సామర్థ్యాలను అభివృద్ధిపరచాలి. (capabilities, abilities).
- బాలల ఆలోచనా నైపుణ్యములను అభివృద్ధిపరచాలి.
- బాలల చురుకైన భాగస్వామ్యం, చురుకైన అభ్యసన ప్రక్రియ ఉండేటట్లు చూడాలి.
- పిల్లల్ని కేంద్రముగా చేసుకొని వారికి అనువైన విధానములలో కార్యక్రమాలు, పరిశోధన, కనుగొనడం ద్వారా నేర్చుకోవాలి.
- కృత్య ఆధారిత బోధన జరగాలి.
- శిశుకేంద్రీకృత విద్య అందించాలి.
- ప్రాథమిక విద్య పూర్తి అగువరకు పిల్లలు ఎటువంటి బోర్డు పరీక్షలు ఉత్తీర్ణులు కానవసరం లేదు.
- ప్రాథమిక విద్య పూర్తి చేసిన అనంతరం విద్యార్థికి ధృవీకరణ పత్రం ఇవ్వాలి.

భారత రాజ్యాంగ ప్రవేశిక మరియు 73, 74వ రాజ్యాంగ సవరణలు :

- 73వ రాజ్యాంగ సవరణకీ ప్రకారము పంచాయితీ రాజ్య వ్యవస్థలో నున్న గ్రామ పంచాయితీ, తాలుకా మరియు జిల్లా పరిషత్ వంటి స్థానిక సంస్థలకు ఎక్కువ అధికారములు ఇయ్యబడ్డాయి.
- 74వ రాజ్యాంగ సవరణ ప్రకారము స్థానిక సంస్థలలో షెడ్యూల్ కులము, షెడ్యూల్ జాతులవారు (SC, ST) మరియు స్త్రీలకు అధిక ప్రాతినిధ్యము కల్పించబడింది.

జాతీయ విజ్ఞాన కమీషన్ ప్రతిపాదనలు :

- 73, 74వ రాజ్యాంగ సవరణను అనుసరించి గ్రామ పంచాయితీలకు ప్రాథమిక విద్యపై పూర్తి అధికారములు ఇవ్వబడ్డాయి.
- ప్రైవేటు భాగస్వామ్యములో పాఠశాలల ఏర్పాటు.
- పూర్వ ప్రాథమిక విద్య (శిశువిద్య) 0–5 సంవత్సరముల మధ్య నున్న బాలబాలికలకు విద్యనందించడములో ప్రాధాన్యత నియ్యడము.
- పాఠశాల స్థాయి విద్యా వ్యవస్థ యాజమాన్యం (School Education Department)కు బాధ్యతను కల్పించడం.

- పాఠశాల స్థాయి విద్య నాణ్యతను పెంపొందించేందుకు సరియైన వ్యవస్థను మార్గదర్శకత్వము చేసి వారికి బాధ్యతలను కల్పించడం.
- వృత్తిపరమైన నైపుణ్యములు, బాధ్యతవలన పాఠశాలలమధ్య పంపిణీ మరియు వినియోగము జరిగేటట్లు చూడడం.
- విద్యాప్రణాళిక మరియు పాఠ్యపుస్తక రచయితలతో బలమైన జట్టులను ఏర్పరచి నిరంతరం పరిశోధనలను గావించడం.
- భిన్నత్వము, సమానత్వములను గౌరవించడం.

ఉపాధ్యాయ విద్య జాతీయ ప్రణాళికా చట్రం (NCFTE-2010) :

ఉపాధ్యాయ విద్య జాతీయ ప్రణాళికా చట్రము ముఖ్యముగా

- పూర్వబోధనా శిక్షణ (Pre-service education) ను శక్తివంతము, సమర్థవంతం చేయడం.
- ఉపాధ్యాయుల వృత్యంతర శిక్షణలో వృత్తినైపుణ్యములను పెంపొందించడం.
- విద్యాప్రణాళిక, పాఠ్యప్రణాళిక అమలులో పరిశోధనలు జరిపి వాటిని మూల్యాంకనం చేయడం.
- ఉపాధ్యాయుల సంసిద్ధత మరియు వృత్తిపరమైన నైతిక విలువలను పెంపొందించడం.

రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక చట్రం - 2011 :

మన రాష్ట్ర దృక్పథం (Perspective of the State)

- విద్య యొక్క ప్రాథమిక ఉద్దేశ్యం పిల్లలందరినీ బాధ్యతాయుతమైన, హేతుబద్ధమైన, పౌరులుగా తయారుచేయడం.
- విద్యా ప్రణాళిక రూపకల్పనలో పిల్లల యొక్క అవసరాలు, కోరికలు కేంద్రబిందువులుగా ఉండడం.
- పిల్లలు నేర్చుకోవడంలో ఒక జ్ఞానాత్మక క్రమము ఉంటుంది. విద్యాప్రణాళికను ఈ క్రమం మరియు పిల్లల మానసికస్థాయిల ఆధారముగా రూపొందించడం.
- ఫలితముల కంటే వాటిని పొందే ప్రక్రియలను పరిపుష్టి చేయడానికి అధిక ప్రాధాన్యతనియ్యడం.
- విద్యా ప్రణాళిక అనేది గతిశీలమైనది. ఇది పాఠ్యపుస్తకాలకే పరిమితము కారాదు. ఇది పరిసరాలు, బాహ్య ప్రపంచముతో అనుసంధానమై పిల్లల, ఉపాధ్యాయుల సృజనాత్మకతను పెంచడానికి దోహదపడాలి.
- విద్యా ప్రణాళికతో పాటు, విద్యా పరిపాలన, పాఠశాలకు చెందిన అన్ని కార్యకలాపాలలో వికేంద్రీకరణను అమలుచేయడం.

విద్యాప్రణాళికా చట్రం అంటే ఏమిటి? :

విద్య యొక్క ప్రాథమిక ఉద్దేశ్యం పిల్లలందరినీ బాధ్యతాయుతమైన, హేతుబద్ధమైన పౌరులుగా తయారుచేయడం. విద్యా లక్ష్యాలు దీనిపై ప్రధానముగా దృష్టిసారించడం. అట్లే పిల్లలు తమ సంస్కృతి, సాంప్రదాయాలు, వారసత్వాన్ని ప్రశంసిస్తూ, సామాజిక మార్పుకు దోహదపడే వ్యక్తులుగా పిల్లలను తీర్చిదిద్దడము. అందుకొరకు పిల్లల యొక్క అవసరాలు, కోరికలు కేంద్ర

బిందువులుగా విద్యాప్రణాళిక రూపకల్పన చేయడము. విద్యా ప్రణాళికతోపాటు, విద్యా పరిపాలన, పాఠశాలకు చెందిన అన్ని కార్యకలాపములలో వికేంద్రీకరణను (decentralisation) అమలు చేయడం.

సిలబస్ అంటే ఏమిటి?

రాష్ట్రం నిర్దేశించిన లక్ష్యాలైన జ్ఞానం, నైపుణ్యాలు, వైఖరులు మొదలైన విలువలైన వాటిని పిల్లల్లో సాధింపజేయడానికి అనుసరించాల్సిన విషయాన్ని బోధనాంశాలను పాఠ్యప్రణాళిక తెలియజేస్తుంది.

SCF-2011 తయారిలో దశలు :

భారములేని విద్యనివేదిక, జాతీయ విద్యా ప్రణాళికా చట్రం (NCF - 2005), విద్యాహక్కు చట్టము – 2009 (RTE-2009), జాతీయ ఉపాధ్యాయ విద్య ప్రణాళికా చట్రం (NCFTE–2010) ప్రతిపాదనలు, మార్గదర్శకాలు పరిశీలించినప్పుడు మన రాష్ట్రములోని పాఠశాల విద్యలో సంస్కరణలు చేపట్టడం అత్యవసరమని భావించారు. ఇందుకోసం మన రాష్ట్రములో కూడా రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక చట్రం – 2011 (SCF-2011)ను రూపొందించడానికి జాతీయస్థాయి విషయ నిపుణులు, ఉపన్యాసకులు, ఉపాధ్యాయులు, స్వచ్ఛంద సంఘాల సభ్యులు, విశ్వ విద్యాలయ ఆచార్యులు మొదలగు వారిలో సలహా సంఘాన్ని, స్టీరింగ్ కమిటీని రాష్ట్ర ప్రభుత్వము ఏర్పాటుచేసింది. అట్లే వివిధ సబ్జెక్టుల సహపాఠ్య అంశాలకు చెందిన 18 అంశాలలో ప్రస్తుత పరిస్థితిని విశ్లేషించి ప్రతిపాదనలలో ఆధారపత్రాలను రూపొందించడానికి ఒక్కొక్క అంశానికి ఒక ఫోకస్ గ్రూపును కూడా నియమించింది.

APSCF-2011 మౌలిక సూత్రాలు (Key principles)

- పిల్లలు తమకున్న సహజమైన శక్తిసామర్థ్యాల ఆధారంగా నేర్చుకునేలా ప్రధానముగా దృష్టిపెట్టడం.
- పిల్లల భాష మరియు సమాజములోని వివిధ రకాలైన జ్ఞాన వ్యవస్థలను గౌరవించడం.
- జ్ఞానాన్ని బడి బయటి జీవితముతో అనుసంధానము చేయడం.
- బట్టీ విధానాలకు స్వస్తిపలకడం.
- నేర్చుకోవడాన్ని పాఠ్యపుస్తకములకే పరిమితము కాకుండా పిల్లల సమగ్ర అభివృద్ధి కోసం తగిన అవకాశం విద్యాప్రణాళిక కల్పించడం.
- నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం (CCE) అమలు చేయడం ద్వారా పరీక్షలను సరళీకరించడం.
- పాఠ్యప్రణాళికలోని విభిన్న అంశాలను సమ్మిళితంచేస్తూ, అర్థవంతంగా నేర్చుకోడానికి వీలుగా సామాజిక నిర్మాణాత్మక విధానాల ఆధారముగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించడం.
- పిల్లల సంస్కృతి, అనుభవాలు, స్థానిక అంశాలకు తరగతి గదిలో ప్రాధాన్యత కల్పించడం.

రాష్ట్ర దృక్పథం మరియు కీలక సూత్రాల ఆధారంగా రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 ను రూపొందించారు. ఇది కింది అంశాలలో మార్పులను చేర్పులను ప్రతిపాదించింది.

పాఠ్యపుస్తకాలు:–

ఇప్పటి వరకు రూపొందిన పాఠ్యపుస్తకాలు సుమారు 10 సంవత్సరాలకొకసారి మార్పులు చేర్పులకులోనైనవి. ఐతే మౌలికమైన మార్పులు నామమాత్రంగానే చోటుచేసుకున్నాయని చెప్పవచ్చు. అట్లే పాఠ్యపుస్తకాల రూపకల్పనకు ఆధారమైన విద్యాప్రణాళిక చట్రం లేదా సబ్జక్టుల వారీగా ఆధారపత్రాలుగానీ గతంలో రూపొందించలేదు. దీని వల్ల పాఠ్యపుస్తకాలలో పాఠ్యాంశాలు మారినవేగాని, విషయఅమరికలో, అభ్యాసాలలో వైవిధ్యత చోటుచేసుకోలేదు. అట్లే పాఠశాల విద్యకు చెందిన సబ్జక్టుల ద్వారా ఆశించే లక్ష్యాలు లేదా సబ్జక్టుల స్వభావం, పిల్లల స్వభావం వంటివి పాఠ్యపుస్తకాల రూపకల్పనలో పూర్తిగా పరిగణనలోకి తీసుకోలేదు. అట్లే పాఠ్యపుస్తకాలు ప్రమాణాల పేరుతో అధిక సమాచారంతో నిండి బరువెక్కాయి. గణితం, విజ్ఞానశాస్త్రం వంటి సబ్జక్టులలో పై తరగతులలోని అంశాలు కింది తరగతులలో చేరాయి. ఇది మానసికంగా కూడా పిల్లలకు భారమైంది. ఐతే రాష్ట్రంలో అమలుజరిగిన APPEP, DPEP వంటి కార్యక్రమాలవల్ల ప్రాథమిక తరగతుల పాఠ్యపుస్తకాలలో కొంతవరకు మార్పులు చోటుచేసుకున్నా, ఇది NCF-2005, RTE-2009, APSCF-2011 ప్రకారం మరింత సమగ్రంగా మారాల్సిన అవసరం ఉంది.

రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం –2011 వీటిని అధిగమించి అర్థవంతమైన పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించడానికి కింది ప్రతిపాదనలు చేసింది.

- భాష, గణితం, విజ్ఞానశాస్త్రం, సాంఘికశాస్త్రం వంటి సబ్జక్టులలో పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించడానికి సబ్జక్టువారీగా ఆధారపత్రాలు ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలు పిల్లల్ని ఆలోచింపచేసేలా, పిల్లలు తమకున్న సహజమైన శక్తి సామర్థ్యాలు వినియోగించి నేర్చుకోడానికి దోహదపడాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలు సమాచారంతో బరువెక్కకుండా, పిల్లలే సమాచారాన్ని సేకరించేలా, ఆ సమాచారాన్ని విశ్లేషించేలా, నిర్ధారణలుచేసేలా అవకాశం ఉండాలి.
- పిల్లలు జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోడానికి పాఠ్యపుస్తకాలు తోడ్పడాలి. ఆ జ్ఞానాన్ని నిత్యజీవితంలో వినియోగించడానికి అవకాశం ఉండాలి.
- పిల్లలు కేవలం పాఠ్యపుస్తకాలకే పరిమితం కాకుండా, అదనపు అభ్యసనం కోసం సంప్రదింపు గ్రంథాలు, మ్యాగజైన్లు, పత్రికలు, సామగ్రి, సమాజ సభ్యులతో పరస్పర ప్రతిచర్యలు జరిగేలా పాఠ్యపుస్తకాలు అవకాశం కల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలలోని భాష సరళంగా మారాలి. నేర్చుకోడానికి భాష ఒక అవరోధంగా ఉండరాదు. బహుభాషత్వాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి (Multilinguality).
- పాఠ్యపుస్తకాలలోని పాఠ్యాంశాలు లింగ వివక్షకు తావివ్వరాదు. పిల్లల ఆత్మవిశ్వాసం పెంచేలా, ఆలోచింపజేసేలా, మానవ హక్కుల పట్ల స్పృహ పెంచేవిగా ఉండాలి. ఇందుకోసం ఆలోచనానైపుణ్యాలు అనగా ప్రతిస్పందించడం (Reflection), విమర్శనాత్మకంగా ఆలోచించడం (Critical thinking), బహుకోణాల్లో ఆలోచించడం (Dialectical thinking), సృజానాత్మకంగా ఆలోచించడం (Creative thinking), భావప్రసారనైపుణ్యాలు (Communication Skills) వంటివి పెంపొందించాలి.
- స్థానిక కళలు, సంస్కృతి, ఉత్పాదక కార్యకలాపాలు, స్థానిక అంశాలు మొదలగునవి పాఠ్యాంశాలుగా ఉండాలి.
- ఆయా సబ్జక్టులకు నిర్ధారించిన విద్యాప్రమాణాలు (Academic Standards), ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు (Expected learning outcomes) సాధించడానికి వీలుగా అభ్యాసాలు ఉండాలి.

- కృత్యాలు, ప్రాజెక్టు పనులు, అన్వేషణలు, ప్రయోగాలు, బహువిధాలైన సమాధానాలు వచ్చే ప్రశ్నలు (Open ended questions), క్రీడలు, ఫజిల్స్ మొదలగు వాటి రూపంలో ఆలోచింపజేసే అభ్యాసాలు ఉండాలి.
- పిల్లలు వ్యక్తిగతంగా నేర్చుకునేలా, జట్టుపనుల్లో పాల్గొనేలా, పూర్తితరగతి ద్వారా నేర్చుకునేలా అభ్యాసాలు ఉండాలి (Individual, group, whole class activities).
- పిల్లలు సహపాఠ్యాంశాలైన మానవతావిలువలు, నైతికత, కళలు, ఆరోగ్యం, పని మొదలగు అంశాలను కూడా గ్రహించడానికి వీలుగా పాఠ్యపుస్తకాలలోని పాఠ్యాంశాలు మరియు అభ్యాసాలు ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలు కింది తరగతులకు చెందిన కనీస సామర్థ్యాల పునశ్చరణకు అవకాశం కల్పిస్తూనే, తరగతి సామర్థ్యాలు సాధించడానికి మరియు పై తరగతులకు చెందిన అంశాలకు అనుసంధానించేలా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలు ఆకర్షణీయంగా, అందంగా ఉండాలి. నాణ్యమైన పేపరు, ముద్రణ, చిత్రాలతో కూడి ఉండాలి.

బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు (Teaching Learning Processes) :

బట్టీపట్టడం, వల్లెవేయడం, పుస్తకాలలోని, గైడ్లు, ప్రశ్నల బ్యాంకులలోని అంశాలను ఎత్తిరాయడం, లేదా యాంత్రికంగా చదవడం వంటి యాంత్రికమైన విధానాలకు బదులు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు పిల్లలు అర్థవంతంగా నేర్చుకోడానికి దోహదపడాలి. ఇందుకోసం APSCF 2011 కింది ప్రతిపాదనలు చేసింది.

- పరస్పర ప్రతిచర్యలు (Interactions), స్వీయవ్యక్తీకరణ (Self Expression), ప్రశ్నించడం (Questioning) వంటివి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో కీలకం కావాలి.
- ప్రయోగాలు, అన్వేషణలు, కృత్యాలు, ప్రాజెక్టు పనులు, క్రీడలు మొదలగునవి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో అంతర్భాగం కావాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలంటే ఉపాధ్యాయులు వివరించడం లేదా చదివి విన్పించడం కాదు. ఉపాధ్యాయులు పిల్లలు నేర్చుకోడాన్ని ప్రేరేపించేలా, పాల్గొనేలా చేయాలి. అవసరమగు సామగ్రిని ఉపయోగించాలి. అందుబాటులో ఉంచాలి. అభ్యసన వాతావరణాన్ని కల్పించాలి.
- పిల్లలు వ్యక్తిగతంగా, తోటివారితో, ఉపాధ్యాయుల ద్వారా, సామాగ్రి ద్వారా అభ్యసించేలా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ ఉండాలి. పిల్లల అభ్యసన సమయం పూర్తిగా సద్వినియోగం కావాలి.
- పిల్లలందరు తమ ఇంటి భాషలో నేర్చుకోడానికి అనువైన ఏర్పాట్లు / వాతావరణం ఉండాలి. ఉపాధ్యాయులు పిల్లల భాషను వినియోగించాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ పిల్లల అనుభవాలు, పూర్వజ్ఞానం ఆధారంగా ప్రారంభంకావాలి.
- స్థానిక కళలు, ఉత్పాదక అంశాలు, శ్రమజీవుల అనుభవాలను బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో వనరులుగా ఉపయోగించాలి.

మూల్యాంకనం - పరీక్షలు:-

పిల్లల్ని అంచనా వేయడానికి ఇప్పటి వరకు కేవలం పరీక్షల పైనే ఆధారపడుతున్నాం. పరీక్షలు కూడా పిల్లల్ని అంచనావేయడానికి బదులుగా పిల్లల్ని దోషులుగా చూపడానికి, న్యూనతకు గురయ్యేలా చేయడానికి, ఒత్తిడి, ఆందోళనను పెంచడానికి తోడ్పడుతున్నాయి. ఒకరకంగా పరీక్షలే విద్యా వ్యవస్థను శాసిస్తున్నాయని చెప్పవచ్చు. ఈ నేపథ్యంలో రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం-2011 కింది ప్రతిపాదనలను చేసింది.

- మూల్యాంకనం మరియు పరీక్షలు పిల్లల్ని కేవలం అంచనావేయడానికి పరిమితం కాకుండా, పిల్లలు నేర్చుకోడానికి దోహదపడాలి. (Assessment for Learning)
- RTE-2009 సూచించిన విధంగా మూల్యాంకనాన్ని నిరంతరం సమగ్రంగా నిర్వహించడం. (Continuous and Comprehensive Evaluation - CCE)
- పిల్లలను అంచనావేయడానికి కేవలం పరీక్షలకే పరిమితం కాకుండా ప్రాజెక్టు పనులు, అసైన్‌మెంట్లు, ఫోర్టుపోలియోలు, సెమినార్లు, ప్రదర్శనలు, అనెక్‌డొట్స్, పరిశీలనలు వంటివాటిని కూడా వినియోగించడం. ఈ అంశాలకు సంవత్సరాంత పరీక్షలలో తగు భారత్వాన్ని కేటాయించడం.
- ఇందుకోసం మూల్యాంకనాన్ని బోధనభ్యసన ప్రక్రియల్లో అంతర్భాగం చేయడం.
- పరీక్షలలోని ప్రశ్నల స్వభావాన్ని మార్చడం. బట్టీని ప్రేరేపించే ప్రశ్నలు, పాఠ్యపుస్తక సమాచారానికే పరిమితమయ్యే ప్రశ్నల స్థానంలో పిల్లలు సొంతంగా ఆలోచించి రాయడానికి, తమ అనుభవాలను వ్యక్తపరచడానికి, బహు విధాలైన సమాధానాలు రావడానికి (Open Ended Questions), నిత్యజీవితంతో అన్వయించడానికి (Application Oriented) వీలుగా ఆలోచింపచేసే ప్రశ్నలు ఉండడం.
- పిల్లలు తాము పొందిన జ్ఞానాన్ని ఏమేరకు వినియోగించగలరో అంచనావేయడానికి మూల్యాంకనం తోడ్పడడం.
- పిల్లలు తమను తాము స్వీయ మూల్యాంకనం చేసుకోవడం, తల్లిదండ్రులు కూడా తమ పిల్లల ప్రగతిని స్వయంగా పరీక్షించుకోడానికి వీలుగా పారదర్శక, బహిరంగ మూల్యాంకన విధానాలను అమలు పర్చడం.
- బోర్డు పరీక్షల్లో కూడా పాఠశాలలో నిర్వహించిన నిరంతర, సమగ్ర మూల్యాంకన అంశాలకు తగిన భారత్వాన్ని కేటాయించడం.
- బోర్డు పరీక్షల జవాబుపత్రాలను కోరినప్పుడు తల్లిదండ్రులకు అందచేయడం. పునర్ మూల్యాంకనం చేయడం.
- సహపాఠ్య అంశాలైన వైఖరులు, విలువలు, పని, ఆరోగ్యం, ఆటలు మొదలగువాటిని కూడా మూల్యాంకనం చేయడం.

వ్యవస్థాపరమైన సంస్కరణలు (Systemic Reforms):

రాష్ట్ర విద్యాప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 ను అమలుపరచడానికి పైన తెల్పిన అంశాలలోని మార్పు చేర్పులతోపాటు కింద తెల్పిన వ్యవస్థాపరమైన సంస్కరణలను కూడా ప్రతిపాదించింది.

- పరిపాలన మరియు పాఠశాల నిర్వహణలో వికేంద్రీకరణ కోసం పంచాయితీ రాజ్ సంస్థలను భాగస్వాములను చేయడం.

- పాఠశాల ఆవరణలో ప్రధానోపాధ్యాయుడి అధీనంలో పనిచేసేలా ECE కేంద్రాలను ఏర్పాటుచేయడం. పిల్లల సంరక్షణ, ఆరోగ్య బాధ్యతలను ICDS శాఖ, విద్యాబాధ్యతలు విద్యాశాఖవారు స్వీకరించడం.
- RTE 2009 సూచించిన విధంగా అన్ని పాఠశాలల్లో మౌలిక వసతులు, ఉపాధ్యాయుల నియామకాలు చేపట్టడం.
- అట్లే పిల్లల తల్లిదండ్రులతో పాఠశాల యాజమాన్య కమిటీలను ఏర్పరచి, పాఠశాల నిర్వహణలో వారిని భాగస్వాములను చేయడం.
- ప్రణాళిక, నిర్వహణ, మానిటరింగ్, నిధుల వినియోగం మొదలగు అన్ని అంశాలలో వికేంద్రీకరణ విధానాలను అమలుపర్చడం.
- ఉపాధ్యాయ విద్యతోపాటు, ఉపాధ్యాయ సహాయ, సహకార వ్యవస్థలను బలోపేతం చేయడం.
- పాఠశాల విద్యకు చెందిన వివిధ సంస్థలు (School, School Complex, Mandal Resource Centre, DIET, SCERT) మరియు వ్యక్తులకు పనితీరు సూచికలు (Performance Indicators) రూపొందించి అమలుజరపడం ద్వారా జవాబుదారీతనం పెంచడం.
- ఉపాధ్యాయ విద్య ప్రణాళిక చట్టాన్ని రూపొందించి అమలుపర్చడం, ఉపాధ్యాయ విద్యలో సంస్కరణలు చేపట్టడం.
- పిల్లల్లో మానవత విలువలు, ఉన్నత వైఖరులను పెంపొందించడానికి తరగతివారీగా పిల్లలకోసం ప్రత్యేక వాచకాలను రూపొందించడం.
- పాఠశాలల్లో మౌలిక వసతులతోపాటు ఆధునిక సాంకేతిక పరిజ్ఞానాన్ని అందుబాటులోకి తేవడం.

సమాజం సర్వతోముఖాభివృద్ధి సాధించాలంటే ఆ సమాజం విద్యారంగంలో సంపూర్ణ అభివృద్ధిని సాధించాలి. ఇందుకు పునాది పాఠశాలవిద్య. పాఠశాల విద్యను సంస్కరించి, పిల్లలను సమాజాభివృద్ధికి తోడ్పడే వ్యక్తులుగా, హేతుబద్ధమైన పౌరులుగా తీర్చిదిద్దడానికి అవసరమైన నైపుణ్యాలు, విలువలు, వైఖరులు పెంపొందించడానికి రాష్ట్ర విద్యాప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 దిశానిర్దేశం చేస్తుంది. ఇందుకోసం రూపొందించిన ఆధారపత్రాలద్వారా ఆయా సబ్జెక్టులు మరియు అంశాలలో ప్రతిపాదనలు చేశారు. వీటిని అమలుపరచడానికి వ్యవస్థాపర సంస్కరణలను చేపడతారు. ఇందుకోసం అన్నివర్గాల ప్రజలు, విద్యావేత్తలు, ఉపాధ్యాయసంఘాలు, ఉపాధ్యాయులు, స్వచ్ఛంద సంఘాలు మొదలగు వారి నుండి సలహాలు సూచనలు స్వీకరించి అవసరమైన మార్పులు చేర్పులు చేపడతారు. తద్వారా రాష్ట్రం విద్యారంగంలో అభివృద్ధిని సాధించి, అగ్రగామిగా నిలపడానికి ప్రయత్నం చేద్దాం.

జాతీయ విద్యా ప్రణాళికా చట్టం 2005- మౌలిక సూత్రాలు:

- ***బడిబయట జీవనానికి జ్ఞానాన్ని అనుసంధానం చేయాలి.***
- ***బట్టీ పద్ధతుల నుండి అభ్యసనను దూరం చేయడం.***
- ***పాఠ్యపుస్తక కేంద్రంగా కాకుండా, పిల్లల్లో సమగ్ర వికాసానికి పాఠ్యప్రణాళికను పరిపుష్టం చేయడం.***
- ***పరీక్షలను మరింత సరళం చేసి తరగతి గది జీవనానికి అనుసంధానం చేయడం.***
- ***దేశ ప్రజాస్వామిక నియమాలకు లోబడి పిల్లల ఆసక్తులు, అభిప్రాయ అభినివేశాలను అభివృద్ధి పరచడం.***

* * *

3. గణిత విద్యాప్రణాళిక - ఆధారపత్రంలోని కొన్ని ముఖ్యాంశాలు

గణితశాస్త్ర స్వభావము – విద్యార్థి అభ్యసనము :

పరిచయం

నిజ జీవితము నుండి అమూర్త భావనలను రాబట్టగలిగే మానవ మేధస్సు సామర్థ్య ఫలితముగా గణితము ఆవిర్భవించింది. ఈ రకముగా ఆవిర్భవించిన 'గణన' అనే భావన తీసుకొన్నట్లయితే, మనం లెక్కించే సంఖ్యలకు, వస్తువులకు ఏవిధమైన సంబంధమూ ఉండదు. గణితము, కేవలం అమూర్త భావనలకే పరిమితమైనదికాదు. అది ఈ అమూర్త భావనలనుపయోగించి మరికొన్ని అమూర్త భావనలను రూపొందిస్తుంది. ఉదాహరణకు సరిసంఖ్యలు, బేసిసంఖ్యలు, ప్రధాన సంఖ్యలు మొదలగు అమూర్త భావనలన్నీ 'సంఖ్యా' భావన నుండి జనించినవే. ఈ విధముగా గణితం మానవుని అనుభవాల నుండి, రూపొందినా, దాని పెరుగుదల, పురోభివృద్ధి మాత్రం వాటిపై ఆధారపడదు. అది మానవ మూధస్సు యొక్క తార్కిక జ్ఞానము, సృజనాత్మకతల మీద మాత్రమే ఆధారపడుతుంది.

గణితము ఎందుకు?

మానవ, మేధస్సు వ్యక్తీకరణగా, గణితము మనిషిలోని క్రియాశీల సంకల్పం, లోతైన చింతన, పరిపూర్ణ గణిత సౌందర్య సాధనాభిలాషను ప్రతిబింబిస్తుంది. గణితమునకు మూలాధారం తర్కం మరియు ఇంట్యూషన్, విశ్లేషణ మరియు సంశ్లేషణ, సాధారణం మరియు ప్రత్యేకం. నిత్యజీవితములో గణితము మన చుట్టూ ఉన్నా మనం దాన్ని పెద్దగా గమనించం. ప్రతి వ్యక్తికి లెక్కపెట్టడానికి, వరుస క్రమములో పెట్టడానికి, వస్తువులు కొనుగోలు చేయడానికి, రాయితి, వడ్డీ పన్ను మొదలయిన వాటికీ గణితము అవసరం. ఇంకా ఉన్నతమైన గణితం సాంకేతిక శాస్త్ర అభివృద్ధికి అవసరం. వీథిలో వస్తువులు అమ్ముకొనేవాళ్ళు, వడ్రంగులు, తాపిపనివారు మొదలైనవారు ఏమాత్రము పాఠశాల విద్యలేకున్నా తమ పనిలో ఎంతో గణితాన్ని వాడతారు – వీరు ఈ పనులు చేయడానికై తయారుచేసుకొన్న సాధనాక్రమానికి (algorithm) వైశాల్యం, సంఖ్యలకు సంబంధించిన గణనలు మాత్రమే కాక అంతరాళం (space)కు సంబంధించిన గణలు కూడా అవసరమవుతాయి.

గణితము Vs పిల్లల స్వభావము :

పాఠశాలలకు వచ్చే పిల్లలు ఖాళీ పలకల వంటివారు కాదు. వర్గీకరించడం, సరిపోల్చడం, అంచనావెయ్యడం, విశ్లేషించడం, పటాలు గీయడం, సాధారణీకరించడం వంటి అనేక సహజాత గణిత సామర్థ్యాలు వారిలో ఉన్నాయి. వారికి పరిచయము ఉన్న ఎక్కువ – తక్కువ, దూరం – దగ్గర, పెద్ద – చిన్న, లోపల – బయట, పొడుగు – పొట్టి, బరువు – తేలిక మొదలైన భావనలనుపయోగించి పాఠశాలల్లో గణిత శాస్త్రమును బోధించాలి. పిల్లలు పాఠశాలలోని గణితాన్ని తమ నిత్యజీవితానికి అన్వయించుకోవాలని కోరుకుంటారు. అందుచేత, బోధనాభ్యసన సామాగ్రి లేదా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను రూపొందించడంలో, పిల్లల నిజజీవిత అనుభవాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి. పట్టణ ప్రాంతాల్లో చాలా మంది బీదపిల్లలు అనేక ఆర్థిక లావాదేవీలలో పాల్గొంటారు. కాని ఏ పాఠశాల విద్యా ప్రణాళిక ఇటువంటి వీథి గణితానికి చోటు కల్పించదు. పిల్లలకు ఉండే ఈ మూర్త అనుభవాల నుండి గణితాన్ని మొదలుపెట్టి అమూర్త భావనలకు నెమ్మదిగా సాగేట్లు గణితపరంగా ఆలోచింపజేయాలి. ఒకే సమాధానాన్నిచ్చే ప్రశ్నల గురించే గణితంలో ఎక్కువ ప్రయత్నాలు జరుగుతుంటాయి. సమస్యా పరిష్కారంలో పిల్లలు విభిన్న పద్ధతులు / మార్గాలను ఉపయోగించి సమాధానాన్ని రాబట్టేందుకు వారిని ప్రోత్సహించాలి. ఒకటికన్నా ఎక్కువ విధానాలు కనిపెట్టేలా వారిని ఉత్సాహపరచాలి. పిల్లలందరూ గణితం నేర్చుకోగలరు. నేర్చుకోవడంలో పిల్లలందరూ సహజమైన కుతూహలం కల్గి ఉంటారు. అందువల్లనే వారు తమ చుట్టూ జరిగే విషయాలను 'ఎలా జరుగుతాయి?' 'ఎందుకు జరుగుతాయి'? అని ప్రశ్నిస్తారు. పిల్లలు అనేక

విధానాలలో అంటే అనుభవం, ఏమైనా తయారుచేయడం లేదా వాడడం, ప్రయోగాలు చేయడం, చదవడం, చర్చించడం, ప్రశ్నించడం, రాత, వాక్కి కదలికల ద్వారా భావ వ్యక్తీకరణ చేయడం మొదలైన వాటి ద్వారా నేర్చుకొంటారు.

శిశువు స్వభావము – గణిత సాధనా సామర్థ్యం :

- ♦ పిల్లలందరూ గణితం నేర్చుకోగలిగే సామర్థ్యం కల్గి ఉన్నారు.
- ♦ పిల్లలందరూ సహజమైన కుతూహలం కల్గి ఉంటారు. ఎలా జరుగుతాయి? ఎందుకు జరుగుతాయి? అని ప్రశ్నిస్తారు.
- ♦ పిల్లలు చదవడం, చేయడం, చర్చించడం, ప్రశ్నించడం, పరిశీలించడం, అభ్యసించడం, చిక్కుప్రశ్నలతో ఆడటం, ఆలోచించడం, ప్రతిస్పందించడం మొదలైన వాటి ద్వారా నేర్చుకొంటారు.
- ♦ పిల్లలు స్వయంగా నేర్చుకోవడమేకాక ఇతర పిల్లలతో కృత్యాలలో పాల్గొనడం ద్వారా (interactions) కూడా నేర్చుకొంటారు.
- ♦ పిల్లలు పాఠశాలలోని గణితమును తమ నిత్యజీవితమునకు అన్వయించుకోవాలని కోరుకొంటారు.

గణిత బోధనా లక్ష్యాలు :

కొంత మంది గణితము యొక్క విలువను. అది వారి నిత్యజీవితములో ఎంత ఉపయోగపడుతుందో దాన్నిబట్టి లెక్కిస్తారు. ఇంకొందరు దానిని తమ ఆలోచనా సామర్థ్యాన్ని పెంచే ఉపకరణముగా భావిస్తారు. మరికొందరు దాని అందాన్ని ఆస్వాదించడానికై అభ్యసిస్తారు. వీటన్నింటిని దృష్టిలో ఉంచుకొని ఈ కింది లక్ష్యాలను నిర్దేశించారు.

- ♦ విద్యార్థులు, విద్యా ప్రణాళికలోని సంఖ్య, అంతరాళములకు సంబంధించిన అంశముల గురించి అవగాహన మరియు నైపుణ్యం పొందాలి.
- ♦ విద్యార్థులు గణిత పరముగా చింతన చేయగలగాలి.
- ♦ విద్యార్థులు తాము ఊహించిన విషయాలనుంచి తార్కిక నిర్ణయాల వరకు అన్వేషణ కొనసాగించాలి.
- ♦ విద్యార్థులు అమూర్త భావనలను అర్థంచేసుకొని వాటిని సమర్థవంతముగా వాడగలగాలి.
- ♦ విద్యార్థులు దిగువ నుదహరించిన సమస్యా సాధన సామర్థ్యాలను పెంపొందించుకోవాలి.
  - సమస్యను అర్థంచేసుకోండం / సమస్యకు సంబంధించిన వివరాలను వివరముగా పొందుపరచడం.
  - ఫలితములను విశ్లేషించి వివరించడం.
  - ఫలితాలను దృగ్విషయాలకు / సమస్యలకు అన్వయించడం లేదా సాధారణీకరణం చేయడం.
- ♦ సమస్యా సాధనకు వైవిధ్యమైన యుక్తి / తంత్రములను రూపొందించుకోగల్గడం.
- ♦ విద్యార్థులు గణితమును అర్థవంతముగా ఉపయోగించగలిగే విశ్వాసాన్ని పెంపొందించుకోవాలి.

గణితశాస్త్రం – దార్శనికత :

- ♦ పిల్లలు, గణితమంటే భయం పోయి మక్కువతో ఆనందిస్తూ గణితమును అభ్యసిస్తారు.
- ♦ పిల్లలు గణితమనేది సూత్రాల, యాంత్రిక పద్ధతులకన్నా చాలా గొప్పదని తెలుసుకొంటారు.
- ♦ పిల్లలు గణితమును, భావవ్యక్తీకరణ సాధనముగాను, మాట్లాడుకోవడానికి, చర్చించుకోవడానికి కలిసి పనిచేయడానికి ఉపయోగించే ఒక గొప్ప విషయంగానూ చూస్తారు.

- పిల్లలు అర్థవంతమైన సమస్యలు రూపొందిస్తారు మరియు సాధనలు కనుక్కొంటారు.
- పిల్లలు గణితములో సంబంధాలు కనుక్కోవడానికి, అంతర్గత నిర్మాణాలు తెలుసుకోవటానికి కార్యాకరణ విచారణఖు, ఒక ప్రవచన సత్యా సత్య విలువలు నిర్ధారించడానికి అమూర్త భావనలను ఉపయోగిస్తారు.

అభ్యసనం పెంపుదలలో విద్యార్థి భాగస్వామ్యం :

గణితం మన నిత్య జీవితంలో ఒక భాగంగా ఉండడం మనకు అనుభవమే, క్రికెటు లేదా ఏవైన ఆటలు ఆడేటప్పుడు పిల్లలు వేర్వేరు సందర్భాలలో వేర్వేరు నియమనిబంధనలు పాటిస్తారు. ఒకరు చెప్పింది మరొకరు తప్పని, ఒప్పని సరియైన కారణాలు, నియమాలు, నిబంధనలనూ తెలుపుతూ వాదిస్తారు. ఆంధ్రప్రదేశ్‌లో బాలికలు తమ ఇళ్ళముందర రేఖలు, వక్రరేఖలు, త్రిభుజాలు మరియు సంవృత వక్రాలు ఉపయోగించి ముగ్గుపెడతారు – దుకాణాల్లో ఏదైన కొనేటప్పుడు పిల్లలు, అంచనావేయడం, సమస్యను సాధించడం, రమారమి విలువను లెక్కించడం (Approximation), కారణాలు చెప్పడం (Reasoning) వంటి గణిత నైపుణ్యాలను తమకు తెలియకుండానే వాడతారు. పిల్లల యొక్క ఈ అనుభవాలను ఆసరాగా చేసుకొని వారి ఆలోచనలను 'గణితీకరించడం' (Mathematisation) అతి ముఖ్యమైన విషయం.

ఒక్కోసారి, బడికి ఎప్పుడూ వెళ్ళని పిల్లలు కూడా మనో గణిత పద్ధతులను (mental mathematics) ఉపయోగించడం గమనిస్తాం. దీనికి కారణం వారి తల్లిదండ్రులు తాపీపనివారో, పైపు పనులు చేసేవారో, జోళ్ళు కుట్టేవారో లేదా దర్జీపనివారో అయి ఉండడం వల్ల ఇంటిలో ఒక రకమైన గణిత అభ్యసనానికి వీలు కల్పించే వాతావరణం ఉండడమే. ఉదాహరణకు ఒక తాపీ మేస్త్రీ, ఏవిధమైన సాంప్రదాయ గణితం అభ్యసించకుండానే, ఒక నుయ్యి (well) తవ్వటం లేదా ఒక గోడ కట్టడం చేస్తాడు.

ఈ విధమైన జానపద సమస్యాసాధన క్రమాలలో (Folk algorithams) కేవలం మనోగణిత పద్ధతులు కాకుండా కొలతలు, అంశాలు, వివిధ ఆకారాలు, పరిమాణాలు, సౌందర్య జ్ఞానం కూడా ఉంటాయి. బడిలోపలి గణితం, బడి బయటి గణితంల మధ్య ఉండే ఈ రకమైన అనుసంధానాలు పిల్లలు అన్వేషించి తెలుసుకొనేలా చేస్తే వారిలో సహజ సిద్ధ గణితీకరణ పద్ధతి (natural mathematation process) వేళ్ళూనుతుంది. సమస్యాసాధన, స్వీయ అన్వేషణ, అంచనా, రమారమి విలువ పొందడం, ఆవర్తన క్రమాలు, ఊహా చిత్రాలు వేయగల్గడం, సరియైన గుర్తులు అక్షరాలు వాడుతూ సమస్యను లేదా సాధనను చెప్పడం (representation), తార్కిక విచారణ, ఋజువుచేయడం, అనుసంధానాలు ఏర్పరచడం, వ్యక్తపరచడం వంటి నైపుణ్యాలకు గణిత పద్ధతులకు వీలుకల్పించే అభ్యసనావాతావరణం తరగతి గదిలో ఉండాలి.

దీనికి కింద ఉదహరించిన కృత్యాలు ఉపయోగపడుతూ గణితాభ్యసనం సమర్థవంతంగా జరిగేలా చేస్తాయి.

1. సమస్యను రూపొందించటం, సాధించటం – నిజ జీవితంలోని సమస్యలను కూడా విద్యార్థి సమూహాల్లో విశ్లేషించవచ్చు. ఆ చర్చ ఫలితంగా మరికొన్ని ఆలోచనలు / సాధనలు వచ్చే అవకాశం ఉంది.
2. గణితంలో సమస్యా సాధనా క్రమాలు (Algorithms in mathematics) కనుగొనడం – వాటిని పరీక్షించి సరిచూడటం – ఒకటికన్న ఎక్కువ సాధనాలను కనుగొనడం.
3. పరికల్పనలు (conjuctures) చేయడం, వాటిని నిరూపించడానికి అవసరమైన వాదనలను సిద్ధం చేయటం, వాటిని పరీక్షించి సాధారణీకరణచేసి, ఫలితాలను సరిచూడటం.
4. గణితంలో క్విజ్‌లు నిర్వహించడం ద్వారా విద్యార్థుల్లో సమస్యా సాధనపై మక్కువ కలిగేలా చేయవచ్చు. ఈ క్విజ్‌లు పాఠశాలకు పరిమితం చేయవచ్చు. లేదా చుట్టుపక్కల ఉన్న అనేక పాఠశాలల మధ్య పోటీగా నిర్వహించవచ్చు. ఇందులో ప్రశ్నలు గణిత పాఠ్య ప్రణాళికలోవి అయిఉండాలి.
5. విద్యార్థులు వారి ఆలోచనలను / ఉపాయాలను గాని లేదా ఏదయినా ఒక విషయంపై ఉపన్యాసాలను కానీ మిగతా విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయుల సమక్షంలోపంచుకోవడానికి అవకాశాలు కల్పించాలి. దానికోసం అంశాల పాఠ్యప్రణాళిక నుండి గాని విజ్ఞానశాస్త్రం లేదా దానిలో గణితం అనువర్తనాలు (applications) నుండి గాని తీసుకోవచ్చు.
6. గణిత సంఘాలను (clubs) ఏర్పరచడం ద్వారా పాఠశాలలో ఉత్తేజకరమైన గణిత వాతావరణం కల్పించవచ్చు.

7. అనేక గణిత చిక్కు ప్రశ్నలు (puzzles), సమస్యల సమీకరణ, గణిత సంఘాల నిర్వహణ, పాఠశాలలో లేదా తరగతి గదిలో సమస్యల స్థలం (problem corner) ఏర్పాటు మొదలగువాటిని నిర్వహించాలి.

8. విద్యార్థులు గణితంలోని అమూర్త భావనలను బాగా అర్థం చేసుకోడానికి దోహదపడే గోళం, ఘనం, శంకువు వంటి జ్యామితీయ ఆకారాల నమూనాలు; కుతూహలాన్ని కలిగించే వక్రరేఖల ఛార్టులు; గణిత శాస్త్రవేత్తల జీవిత చరిత్రలు; గణిత సాఫ్ట్‌వేర్ ఉన్న కంప్యూటర్లు, పోస్టర్లు, ఛార్టులు, సిద్ధాంతాలను నిరూపించడానికి ఉపయోగపడే బోధనాభ్యసన సామగ్రి వంటి వాటితో ఒక గణిత ప్రయోగశాలను సమకూర్చాలి. ఇవి తరగతిలో గనిత బోధనకు నిర్మాణాత్మక ఊతమివ్వాలి.

9. గణిత సంబంధమైన చిత్రాలు, ఫోటోలు, నమూనాలు మొదలైన వాటిని గుళ్ళు, మసీదులు, చర్చిలు, గోడ అలంకరణలు (ముఖ్యంగా పండుగలప్పుడు) నుండి విద్యార్థులు సేకరించేటట్టుగా తద్వారా 'అన్వేషణ'ను అభివృద్ధి పరిచేటట్టుగా గణిత ప్రాజెక్టు పనులు ఉండాలి.

10. గణిత శాస్త్రజ్ఞుల జీవిత విశేషాలు, వారు చేసిన ఆవిష్కరణలు మొదలైనవి చెప్పడం ద్వారా గణిత బోధనను రసవత్తరంగా మలచవచ్చు. అలాగే గణితం పరిణామం చెందిన క్రమాన్ని (evolution of mathematics) చరిత్రలోని ముఖ్య ఘట్టాలకు అన్వయిస్తూ అనేక గణిత భావనలు ఎలా వృద్ధి చెందాయో వివరించడం వల్ల విద్యార్థులు ఉత్తేజితులై గణితం నేర్చుకోడానికి మక్కువ చూపుతారు. దీనికై దృశ్య, శ్రవణ పరికరాలను ఉపయోగించినప్పుడు విద్యార్థుల్లో నిద్రాణమై ఉన్న సృజనాత్మకత వెలికి వస్తుంది. విద్యార్థులు వీటిని లఘు నాటిక (skil)గా కూడా ప్రదర్శించవచ్చు.

బోధనాభ్యసన వనరులు – సామగ్రి :

బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో పాఠ్యపుస్తకములు, బోధనాభ్యసన సామగ్రి, గణితపేటిక, ఇన్ఫర్మేషన్ మరియు కమ్యూనికేషన్ టెక్నాలజీ (ICT), దృశ్య శ్రవణ ఉపకరణాలు, వర్కుషాపుల వంటివి చాలా ఉపయోగపడుతాయి.

- ఉపాధ్యాయునికి మరియు విద్యార్థికి పాఠ్య పుస్తకము ముఖ్యమైన వనరు. ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్య పుస్తకాన్ని తాము బోధించే పాఠాలకు సంబంధించిన ప్రణాళికలు తయారు చేసుకోవడానికి బోధించవలసిన గణిత భావనలు, పద్ధతులు తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగిస్తారు' పిల్లలు పాఠ్యపుస్తకాన్ని భావనలు మరియు పద్ధతులు తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగిస్తారు.
- గణిత భావనలను బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి, వాటిని వేర్వేరు రూపాల్లో వాడటానికి వీలు కల్పించడానికి విద్యార్థులకు అభ్యాస పుస్తకం (work book), ఉపాధ్యాయులకు కరదీపిక (hand book) అందుబాటులోకి తేవాలి.
- బులిటెన్ బోర్డు, జియోబోర్డు, గణితపేటిక (Mathematical Kit) వంటి అనేక దృశ్యశ్రవణ బోధనోపకరణాలు వాటి ఉపాధ్యాయులు గణిత జ్ఞానాన్ని విద్యార్థులకందేలా చూడాలి.

పాఠ్యపుస్తక రచనలో గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు :

- పిల్లలకు నిజ జీవితములో ఎదురయ్యే అనుభవాలను ప్రతిబింబిస్తూ వాటి ఆధారముగా గణిత బోధనలను విశదీకరిస్తూ పాఠ్య పుస్తకాలు రచించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకము కూర్పు చక్కగా ఉండి చూడగానే ఆకట్టుకొనేలా ఉండాలి.
- పిల్లల ఒక గణిత భావనను గురించి తాము ఇంతకు ముందు నేర్చుకొన్న దానికి అనుసంధానము చేస్తూ ఆ భావనను కొనసాగిస్తూ పాఠ్యపుస్తక రచన చేయాలి.
- పాఠ్య పుస్తకములలో వాడే భాస, శైలి విద్యార్థులకు సులభముగా అర్థమయ్యేలా సరళముగా ఉండాలి. సాధ్యమయినంత వరకు పాఠ్యపుస్తకం విద్యార్థి స్వీయ అభ్యసనము చేయడానికి ఉపయోగపడేలా ఉండాలి.
- వీలున్న చోట, గణిత సమస్యలకు, ఒకటికంటే ఎక్కువ సాధనాలు ఇవ్వాలి. అలాగే విద్యార్థులను కూడా తన పద్ధతిలో అనేక సాధనాలను కనుగొనడానికి ఉత్సాహపరచాలి.

- ప్రతి అధ్యాయం చివర, మెదడుకు మేత వంటి సవాలు చేసే ప్రశ్నలు ఇవ్వాలి.
- విద్యార్థులను పాఠ్య పుస్తకం ఆకర్షించేలా అందులో గణిత చరిత్ర, గణిత శాస్త్రవేత్తల ఆవిష్కరణలు, విజయాలు మొదలయిన వాటిని గురించిన ముచ్చట్లు (anecdotes), పిట్టకథలు పొందుపరచాలి.
- గణిత భావనలు పరిచయం చేసేప్పుడు అవి స్థాయికి సరిపడినవా, కావా అనేది సరిచూసుకోవాలి. స్థాయికి సరిపోని భావనలు పరిచయం చేయరాదు.
- సాధ్యమయినంతవరకు ఒకటికన్నా ఎక్కువ సైద్ధాంతిక నిరూపణలివ్వాలి. విద్యార్థులు వాటిని విశ్లేషించేలా మరియు అసంపూర్ణమైన నిరూపణలను పూర్తిచేసేలా ఉత్సాహపరిచేవిధంగా ఉండాలి.
- సిద్ధాంతాల నిరూపణను "ఇదే పద్ధతి, ఇలాగే చేయాలి" ఇక వేరేపద్ధతి లేదన్నట్లుగా కాకుండా ఋజువు చేసే క్రమానికి, దానిలో అంతర్లీనంగా ఉన్న హేతువాద దృక్పథానికి ప్రాముఖ్యత ఇచ్చేదిగా పాఠ్యపుస్తక రచన ఉండాలి.

ఉపాధ్యాయుని పాత్ర - బాధ్యతలు :

- గణిత బోధనకు, దానిపై పూర్తి ఆదిపత్యం అవసరం. ఉపాధ్యాయులు విజ్ఞానము మరియు అవగాహన విద్యార్థులకు తానందించే దానికన్నా ఎక్కువగా ఉండాలి.
- ఉపాధ్యాయులకు విద్యా మనో విజ్ఞానశాస్త్రం (Education Psychology) మరియు అభ్యసన సిద్ధాంతం (Learning Theory) లలో మంచి అవగాహన ఉండాలి.
- విద్యార్థుల యొక్క సాంఘిక, ఆర్థిక స్థితిగతులు, విలువలు మొదలయిన వాటిని ఉపాధ్యాయులు గౌరవించాలి. అభ్యసనం పేరుతో విద్యార్థులను బాధపెట్టకూడదు.
- ఉపాధ్యాయుల యొక్క వేషధారణ, ఆరోగ్యం, శక్తి, ఉత్సుకత, సహకారం, హాస్యశీలత (Sense of Humar), న్యాయశీలత (Sense of Justice), సత్య సంధిత వంటి గుణగణాలు చాలా ముఖ్యం.
- పాఠ్యబోధనకు సరిగా సన్నద్ధము కావాలి. అలాగే బోధనా కార్యక్రమానికి ముందుగా ప్రణాళికలు తయారుచేసుకోవాలి.
- విద్యార్థులు అభ్యసించడానికి వీలు కల్పించే వాతావరణం కల్పించాలి. అందరిపిల్లలకు సమాన అవకాశాలు కల్పించాలి. వారిని గౌరవప్రదమైన వారిగా గుర్తించాలి.
- ఉపాధ్యాయులు ఎప్పుడూ కొత్త విషయాలు నేర్చుకుంటూ, తప్పుగా నేర్చుకున్న విషయాలు, తప్పుడు అభిప్రాయాలు వదిలివేస్తూ నిరంతరం అభ్యాసం చేయాలి.
- ప్రతి ఉపాధ్యాయుడు వృత్తిపరమైన అభివృద్ధికి కృషిచేయాలి.
- సరైన గణిత జర్నల్స్, వృత్తిపరమైన అభివృద్ధి సాధించడానికి ఉపయోగపడే పుస్తకాలు చదవాలి. ICT ని ఉపయోగించాలి.
- గణిత బోధనకు సన్నద్ధమయ్యే విధానంలో భాగంగా ఉపాధ్యాయులు తమకన్నా ఎక్కువ అనుభవం ఉన్నా ఉపాధ్యాయుల తరగతులకు వెళ్లి పాఠ్యబోధనను పరిశీలించాలి. వారిని తమ పాఠ్యబోధన పరిశీలనకై ఆహ్వానించాలి.
- వృత్యంతర శిక్షణలో పాల్గొనాలి, చర్చలు, గోష్టులు, సెమినార్లలో పాల్గొనాలి.
- నిరంతర మూల్యాంకన విధానాలు అమలుపర్చాలి.

4. గణిత బోధనా లక్ష్యాలు

పిల్లలు తార్కికముగా ఆలోచించి, విశ్లేషించడానికి మరియు వ్యక్తీకరించడానికి ఒక మాధ్యమముగా గణితమును చూడాలి. గణితమును విశ్లేషణ, చింతన అవసరమున్న ఏ ఇతర విషయంలోనైనా సంబంధమున్న అంశముగా చూడాలి. నిత్యజీవితములో గణితం మన చుట్టూ ఉన్న మనం దాన్ని పెద్దగా గమనించం. ఉదాహరణకు ఆకులు, పుష్పాలు ఝుంమంటూ ఎగిరే ఈగ వెళ్ళేదారి. అగ్గిపెట్టె లేదా ఒక కట్టడం ఆకారం, వంటగదిలో వంట, ఆటస్థలములో ఆటలు మొదలయిన వాటన్నిటికీ గణిత భావనలు, గణిత చింతన అవసరం. కొంత మంది గణితము యొక్క విలువను. అది వారి నిత్య జీవితములో ఎంత ఉపయోగపడుతుందో దాన్ని బట్టి లెక్కిస్తారు. ఇంకొందరు, దానిని తమ ఆలోచనా సామర్థ్యాన్ని పెంచే ఉపకరణంగా భావిస్తారు. మరికొందరు దాన్ని అందాన్ని ఆస్వాదించడానికై అభ్యసిస్తారు. వీటన్నిటినీ దృష్టిలో ఉంచుకొని ఈ కింది లక్ష్యాలను నిర్దేశించారు.

ప్రాథమిక పాఠశాల స్థాయి గణితము :

- ప్రాథమిక పాఠశాలకై ఉద్దేశించిన ఏ గణిత విద్యాప్రణాళికైనా మూర్త భావనల నుండి అమూర్త భావనలకు నెమ్మదిగా సాగేటట్లు ఉండాలి. మూర్త అనుభవాల నుండి మొదలు పెట్టడం వల్ల పిల్లలు గణితపరముగా ఆలోచించడానికి, నిజ జీవితములో అది పనిచేసే విధానానికి సంబంధాన్ని ఏర్పాటుచేసుకోవడం ద్వారా బాగా అవగాహన చేసుకొంటారు. అయితే అదే సమయములో, వారికి అమూర్త భావనలను అర్థం చేసుకోవడములో సాయం అవసరం.
- పిల్లలు సమస్యలు సాధించడానికి, ముఖ్యముగా నిజ జీవితములో ఎదురయ్యే సమస్యలు సాధించడానికి అవకాశాలు కల్పించాలి. ఈ సమస్యల సాధనకై వారు ఒకటి కన్న ఎక్కువ విధానాలు కనిపెట్టేలా ఉత్సాహపరచాలి.
- గణితములో ఆటలు, చిక్కు ప్రశ్నలు మరియు గణిత సమస్యలతో ఉన్న కథలు మొదలైనవి పిల్లలు గణితాన్ని నిత్య జీవితానికి అన్వయించుకోవడములో ఉపయోగపడతాయి. ఇవి ఉపాధ్యాయుని ప్రమేయం ఎక్కువగా కాకుండా పిల్లలు గణిత సామర్థ్యాలను పెంపొందించడంలో సహకరిస్తాయి.
- ప్రాథమిక తరగతులలో గణిత విద్యా ప్రణాళిక సంఖ్యలు, సంఖ్యా వ్యవస్థ, వివిధ ఆకారాలు, స్థానం, పరిధి, వైశాల్యం మొదలయిన భావనలు, కొలతలు, సమాచారాన్ని సరిగా ఉపయోగించడం మొదలైన వాటి చుట్టూ తిరుగుతుంది. ఇందులో పిల్లలు, ఆవర్తన క్రమాలను గుర్తించడం, వారు అంకగణిత ప్రయోగము నుండి బీజ గణిత ప్రయోగము వైపు మారుటకు ఉపయోగపడుతుంది.

ఉన్నత పాఠశాల స్థాయి గణితము :

- నైపుణ్యములు నేర్చుకోవాలి. భావనలు అందుకోవాలి (ఇది చాలా మంది గణిత శాస్త్రవేత్తలు, ముఖ్యముగా పి.కె.శ్రీనివాసన్ చెప్పిన విషయం.

- ఈ స్థాయిలో గణితము ఒక విద్యా విషయంగా (academic discipline) ఉంటుంది. ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత విద్య గణిత తార్కిక విధానాల కన్నా పిల్లల మనోవైజ్ఞానిక సిద్ధాంతములపైన ఎక్కువగా ఆధారపడి నడుస్తుంది. కాని ఉన్నత పాఠశాల స్థాయిలో పిల్లలు గణితములోని తార్కిక వ్యవస్థను గ్రహిస్తారు. తార్కిక విధానాలు, ఋజువు చేయటానికి సంబంధించిన భావనలు ఈ స్థాయిలో అతి ముఖ్యం.
- జ్యామితి, త్రికోణమితి ద్వారా విద్యార్థులు తార్కిక వ్యవస్థను బాగా అర్థం చేసుకొంటారు. సంఖ్యా సిద్ధాంతం (ఉదా : భాజనీయతా సూత్రాలు, ధన పూర్ణ సంఖ్యల ధర్మాలు) కూడా దీనికి దోహదపడుతుంది.
- ఇంతకు ముందే పరిచయం చేసిన బీజగణితం ఈ స్థాయిలో మరింత కొనసాగించబడుతుంది. బీజగణిత సామర్థ్యం, మిగతా బోధనాంశాలతో అన్వయం మాత్రమేకాక, గణిత శాస్త్రంలో పురోభివృద్ధి సాధించడానికి కూడా ఉపయోగపడుతుంది. త్రికోణమితి, జ్యామితీలలోని సైద్ధాంతిక ఋజువులు బీజగణితం యొక్క ఉపయోగాన్ని తెలియజేస్తాయి. ఇక్కడ ముఖ్యమైన విషయం ఏమిటంటే విద్యార్థులు తాము ఏమైతే బీజగణితం ద్వారా ఏమిసాధించారో దానిని జ్యామితీయంగా చూడగల్గాలి.
- గణిత నమూనా (mathematical modeling), సమాచార విశ్లేషణ (data analysis) మరియు వ్యక్తీకరణ (Interpretation) విద్యార్థులలో ఉన్నతమైన గణిత సాక్షరతను (mathematical literacy) స్థాపిస్తాయి.
- ప్రయోగాలుచేయడం, అన్వేషణ చేయడం అనేవి గణితములో చాలా విలువైనవి. ఈ మధ్యకాలములో గణిత ప్రయోగశాలలు అక్కడక్కడా వెలుస్తున్నాయి. భవిష్యత్తులో మరిన్ని వస్తాయి. గణితములో ప్రయోగాత్మక కృత్యాలు విద్యార్థులకు తాము అమూర్త భావనలతో చేస్తున్నదేమిటో చూడటానికి ఉపయోగపడుతుంది.
- విద్యార్థి గణితములో తనకున్న సామర్థ్యాలన్నింటిని సమీకరించుకొని సమస్యా సాధనకు ఉపక్రమించాలి. ఇది జరగాలంటే బీజగణితం, త్రికోణమితి, జ్యామితి, క్షేత్రమితి మొదలయిన అనేక గణిత విభాగాలకు సంబంధించిన అంశాలలో ఒకటికన్న ఎక్కువ వాటిని జోడించిన సమస్యలను విద్యార్థులకివ్వాలి.

పాఠశాలలో గణితము యొక్క సంకుచితమైన ఉద్దేశ్యం (Narrowarin) ఏమిటంటే విద్యార్థులు సంఖ్యలు, సంఖ్యలతో గణిత ప్రక్రియలు, కొలతలు, దశాంశాలు, శాతాలు మొదలయిన సంఖ్యా పరిజ్ఞానాన్ని పెంపొందిచుకోవాలి. దాని ఉన్నత ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, విద్యార్థులు గణితపరముగా ఆలోచించి, చింతన చేయడానికి అవసరమైన వనరులను పెంపొందించడం, వారు తాము ఊహించిన విషయాల నుండి (assumptions) తార్కిక నిర్ణయాలు (Logical ConclusionS) వరకు అన్వేషణ కొనసాగించగలిగేలా చేయటం మరియు అమూర్త భావనలను అర్థము చేసుకొని సమర్థవంతముగా వాడగల్గడం.

– జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్టం – 2005

5. గణిత సిలబస్ - ప్రాథమిక స్థాయి - విద్యార్థుల సాధన ప్రమాణాలు

(A) సిలబస్ 1 నుండి 5 తరగతులు

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
రేఖాగణితం (10 గంటలు) **ఆకారాలు & ఆకృతులు అవగాహన** • క్షేత్రమితికి సంబంధించిన పదజాలం (పైన, కింద, మీద, లోపల, బయట, ఉపరితలం, అడుగు భాగం, సమీపము, దూరముగా, ముదు, వెనుక) ఉపయోగిస్తారు మరియు అభివృద్ధిపరుస్తారు. • మన చుట్టూ ఉన్న ఘనాకృతులు. – మన పరిసరాలలో లభ్యమయ్యే గుళకరాళ్ళు, పెట్టెలు, బంతులు, శంఖువు, గొట్టములు మొదలైన వస్తువులను సేకరిస్తారు. – ముఖములు, అంచులు, ఆకారములు మరియు మూలలు ఆధారముగా	**రేఖాగణితం (13 గంటలు)** **ఆకారములు మరియు ఆకృతుల అవగాహన** • త్రిమితీయ మరియు ద్విమితీయ ఆకృతులు. • పరిసరములలోనున్న ఆకృతులను పరిశీలించి వారిలోనున్న జ్యామితీయ వైఖరులను అభివృద్ధిపరుస్తారు. • త్రిమితీయ ఆకృతులయిన ఘనము, దీర్ఘఘనం, స్థూపము, శంఖువు మరియు గోళములను గుర్తిస్తారు. • త్రిమితీయ ఆకృతుల యొక్క ముఖాలను ద్విమితీయ ఆకారములుగా చిత్రీకరిస్తారు. • ద్విమితీయ ఆకృతులను పరిశీలిస్తారు మరియు గుర్తిస్తారు.	**ఆకారాలు, ఆకృతులు** • తెలిసిన (సరళ) వస్తువులను పలువైపుల నుండి పరిశీలించినపుడు (పై నుండి, ముందు నుండి, ప్రక్కనుండి) కనిపించే వస్తు దృశ్యం ఊహించిగియుట వానిలోని తలాలను గుర్తించుట. • దీర్ఘ ఘన జాలంలో దాగి యున్న ఆకారాన్ని పరిశీలించుట. • వివిధ ఆకారాలను ఉపయోగించి ఆకారాలను తయారుచేయుట. • కాగితాలను కత్తిరించి, మలచడం ద్వారా వివిద రకాల ఆకారాలను తయారుచేయుట. వాటిలో దాగియున్న ఆకారాలను అర్థం చేసుకొనుట.	**ఆకారాలు, ఆకృతులు** **అవగాహన (16 గం॥ లు)** **ఆకారాలు – ఆకృతులు అవగాహన** • వివిధ వస్తువులలో ఉన్న 3D ఆకారాలను గుర్తించడం (ఆకారాల యొక్క పేర్లు ఉపయోగించకుండా) • 3D ఆకారాల యొక్క అంచులు మరియు మూలలను గుర్తించడం. • దొర్లే (roll) మరియు కదిలించబడే (slide) స్వభావం ఆధారంగా 3D ఆకారాలను వేరు చేయడం. • సరళమైన వస్తువులను తలాలు ప్రక్క నుండి, పై నుండి, ముందు నుండి చూస్తే ఎలా కనిపిస్తాయో గుర్తించడం.	**ఆకారాలు, ఆకృతులు** **అవగాహన (16 గం॥ లు)** **ఆకారాలు – ఆకృతులు అవగాహన** • పటాలలో ఉన్న దారులు, వివిధ మార్గాలను గుర్తించడం మరియు అవగాహన చేసుకోవడం. • ప్రముఖమైన స్థావరాలను సాధారణ పటం ద్వారా చూపడం. • ఘనాల యొక్క వలలను గుర్తించడం. • ఒక ఆకారం ద్వారా వివిధ ఆకారాలను తయారుచేయడం (టాన్‌గ్రామ్) • డాట్‌షీట్‌పై వివిధ 2D ఆకారాలను గీయడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
సేకరించిన వస్తువులను వర్గీకరిస్తారు. వాటి ధర్మాలను వివరిస్తారు. – దొర్లించడం మరియు జారడము వంటి చలనములపై వస్తువుల ఆకృతుల పాక్షిక, సంపూర్ణ వక్రతల ప్రభావమును పరిశీలిస్తారు. – ద్విమితీయ ఆకృతులను వేరుపరుస్తారు. – ఆకారాల క్రమాలు – జారడం, దొర్లడం మధ్య తేడాలను గుర్తించడం.	• ద్విమితీయ ఆకృతుల యొక్క ధర్మాలను వివరిస్తారు. • మడవడం, తీగలు నుపయోగించి, స్కేలు సహాయము సరళరేఖలు గీయడం చేస్తారు. • సమాంతరంగా, నిట్టనిలువుగా (లంబముగా) మరియు వాలుతలముగా రేఖలను గీయగల్గుతారు. • స్కేలు సహాయముతో సరళరేఖలను గీస్తారు. • సరళరేఖలు మరియు వక్రరేఖల మధ్య వ్యత్యాసమును గుర్తిస్తారు. • వస్తువుల యొక్క నీడల ఆధారముగా వాటిని గుర్తించడం చేస్తారు.	• ద్విమితీయ ఆకారాలను (చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రం, త్రిభుజం, వృత్తం) గుర్తించుట. • సరళరేఖలను, వక్రరేఖలను ఉపయోగించి వివిధ ఆకారాలు తయారుచేయుట. • ఇచ్చిన ఆకారంలో రాతి పలకలను నేలపై పరచుట. • ఖాళీ లేకుండా రాతి పలకలను నేలపై పరిచగలిగే, పరచలేని ఆకారాల బేధాన్ని గుర్తించుట. • వివిధ రకాల వస్తువులను ఉపయోగించి వాటి అంచులవెంబడి గీయడం ద్వారా వివిధ ఆకారాలైన వృత్తము, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం లను గీయుట.	• దీర్ఘఘనం మరియు ఘనాకారంలో ఉన్న పెట్టెల యొక్క వల రూపాలను గుర్తించడం. • దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం, త్రిభుజం మరియు వృత్తము లాంటి 2D ఆకారాలను పేర్లతో గుర్తించడం. • వివిధ వస్తువులలో ఉన్న 2D ఆకారాలను గుర్తించడం. • తెలిసిన 2D ఆకారాలను ఉపయోగించుకొని బొమ్మలు తయారుచేయడం. • డాటెడ్ బోర్డుపై వివిధ రకాల ఆకారాలను తయారుచేయడం. • చుట్టు కొలతను అవగాహన చేసుకొని దానిని కనుక్కోవడం. • పరావర్తనం (reflection), పేపర్ కటింగ్, కాగితాలను మడవడం ద్వారా "సౌష్ఠవం" అనే భావనను అవగాహన చేసుకోవడం.	• పేర్చబడిన అమరికలను పొడిగించడం, నూతన అమరికలను చేయడం. • ముఖ్యమైన 3D వస్తువులను సౌష్ఠవాక్షము ద్వారా 2D ఆకారాలగా వ్యక్తీకరించడం. • ముఖ్యమైన 2D ఆకారాల భ్రమణాలను గుర్తించి వ్యక్తపర్చడం. • మన పరిసరాలలో ఉన్న కోణాలను గుర్తించడం. • లంబకోణాలను గుర్తించడం. • లంబకోణము కన్న ఎక్కువ, తక్కువగా ఉన్న కోణాలను గుర్తించడం. • లంబ కోణాలు, లంబకోణాలకన్న తక్కువ మరియు ఎక్కువ ఉండే కోణాలను గీయడం. • వృత్తము యొక్క కేంద్రము మరియు వ్యాసార్థాలను గుర్తించడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
సంఖ్యలు (46 గంటలు) • సంఖ్యలలో తెలుపడం, లెక్కించడం మరియు సంఖ్యల ప్రక్రియలు (1–9) మరియు 0. • వస్తువులను పరిశీలించడము మరియు సముదాయములుగా ఏర్పరచడం. • వస్తు సముదాయమును ఏక–ఏక సంబంధం మరియు జతపరచడము ద్వారా అమర్చడం. • కారణాలు చెప్పడం మరియు వ్యక్తపరచడం. • 1–5 అంకెలను పరిచయము చేయడం. • ఇచ్చిన సముదాయములోని వస్తువులను లెక్కించడం. • ఇచ్చిన అంకె ఆధారముగా వస్తువులను సేకరించడం. **కారణాలు వ్యక్తపరచడం** • 6–9 అంకెలను పరిచయము చేయడం.	**సంఖ్యలు (46 గంటలు)** • 99 వరకు సంఖ్యలను రాయడం, చదవడం. • వస్తువులను, పదులు, ఒకట్లుగా విభజించడం, లెక్కించడం. • స్థాన విలువ ఆధారముగా సంఖ్యలను విస్తరించడం. • స్థాన విలువ ఆధారముగా సంఖ్యలను పోల్చడం. • భిన్న పద్ధతులలో లెక్కించడం – ఏ సంఖ్యనుండైనా ప్రారంభించడం – సమూహములను లెక్కించడం • 100 వరకు సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమములో అమర్చడం. • రెండంకెల గరిష్ట, కనిష్ట సంఖ్యలను ఏర్పరచడం (అంకెలను పునరావృతం చేసి, పునరావృతం చేయకుండా) • సంఖ్యా రేఖపై ఒక వస్తువు యొక్క స్థానమును గుర్తించడం	**సంఖ్యలు** • 3–అంకెల సంఖ్యలను చదువుట మరియు రాయుట. • 3–అంకెల సంఖ్యలలో అంకెల స్థానవిలువలను అర్థం చేసుకొనుట (అవగాహన చేసుకొనుట). • సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయుట. • వివిధ పద్ధతులలో వస్తువులను లెక్కించుట (ఏసంఖ్యనైనా మొదలుకొని). • సంఖ్యలను పోల్చుట. • ఇచ్చిన అంకెలను ఉపయోగించి గరిష్ట మరియు కనిష్ట సంఖ్యలను తయారుచేయుట. **సంకలనం, వ్యవకలనం మరియు సంకలన, వ్యవకలనాలను ఉపయోగించుట** • సమూహాలు చేయకుండా మరియు సమూహాలుగా చేసి సంఖ్యలను నిలువు పద్ధతిలో కూడుట మరియు తీసివేయుట.	**సంఖ్యలు (40 గం॥ లు)** **1000 వరకు సంఖ్యలు** • రాత సమస్యలు / సందర్భోచిత ఉదాహరణల ద్వారా 2,3 అంకెల సంఖ్యలను చదవడం, రాయడం మరియు పోల్చడం. • 2, 3 అంకెల సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై అంచనావేయడం. • ఖాళీగా ఉన్న సంఖ్యారేఖపై 2 అంకెల సంఖ్యలను కూడడం మరియు తీసివేయడం. • రాత సమస్యలను తయారుచేయడం. **గుణకారం** • రాత సమస్యలు / సందర్భోచిత ఉదాహరణల ద్వారా 1 మరియు 2 అంకెల సంఖ్యలను 1 మరియు 2 అంకెల సంఖ్యలచే నిలువ వరస పద్ధతిలో మరియు విభాజక న్యాయ పద్ధతిలో గుణించడం. (grouping, array's, at the rate కు సంబంధించిన రాత సమస్యలు). • 10 మరియు 100 చే గుణకారం.	**సంఖ్యలు (40 గం॥ లు)** **10000ల వరకు గల సంఖ్యలు** • రాత సమస్యలు / సహజ సన్నివేశాల ద్వారా 3 మరియు 4 అంకెల సంఖ్యలను చదవడం, రాయడం మరియు పోల్చగలగడం. • 3, 4 అంకెల సంఖ్యల యొక్క స్థానవిలువలను అవగాహన చేసుకోవడం. • స్థాన విలువల ఆధారంగా సంఖ్యలను విస్తరించి రాయడం. • ఇవ్వబడిన 4 అంకెలను ఉపయోగించి వివిధ సంఖ్యలను తయారుచేయడం. • 100 మరియు 1000లతో స్కిప్ కౌంటింగ్ చేయడం. **కూడిక మరియు తీసివేతలు** • 9999 వరకు గల కూడిక, తీసివేతలు చేయడంలో రాత సమస్యలు / సహజ సన్నివేశాలు ఉపయోగించడం. • 3, 4, అంకెల సంఖ్యల మొత్తాలను మరియు భేదాలను అంచనా వేయడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
• సొంత సంఖ్యల చార్టు తయారు చేయడం. • 1 నుండి 9 వరకు అంకెలను గుర్తించడము మరియు పలకడం. • లెక్కించుటకు, పోల్చుటకు 1 నుండి 9 వరకు అంకెలనుపయోగించడం. పోల్చడంలో కారణాలు చెప్పడం • 1 నుండి 9 వరకు అంకెలను రాయడం, చదవడం. • వాస్తవిక వస్తువులను, చిత్రాలను కూడిక, తీసివేతలను చేయడం (9 నకు మించకూడదు) భేదం 1 కంటే తక్కువ ఉండకూడదు. • '+' మరియు '−' గుర్తులను ఉపయోగించి కూడికలు, తీసివేతలు చేయడం. **కూడికలు, తసివేతలు చేయడం** • తీసివేత ప్రక్రియ ద్వారా '0' ను పరిచయం చేయడం. **10–20 వరకు నున్న సంఖ్యలు** • 10ను పరిచయము చేయడం.	**కూడికలు, తసివేతలు** • పదులు, ఒకట్లు ఆధారముగా రెండంకెల సంఖ్యలను కూడడం, తీసివేయడం. • సంఖ్య నుండి '0'ను తీసివేడము మరియు '0'ను ఆ సంఖ్యకు కూడడం. • స్థిత్యంతర లేదా వినిమయ న్యాయమును పరిక్రియల ద్వారా పరిశీలించడం. • పటములు, పదసమస్యల ద్వారా కూడికలు, తీసివేతల సమస్యలను సాధిచడం. • కూడికలు, తీసివేతలకు సంబంధించిన నిత్యజీవిత సంఘటనలను మౌఖికముగా ఉపయోగించి తర్ఫీదునివ్వడం. • స్థాన విలువల ఆధారముగా కూడికలు, తీసివేతల సమస్యల సమాధానములను అంచనా వెయ్యడం.	• సంకలన మరియు వ్యవకలన ప్రక్రియలో స్థాన విలువలను వినియోగించుట. • సమాంతర సంకలన, వ్యవకలనాలు చేయుట. • చిత్రాలు మరియు కథలలోని సందర్భాలలో సంకలన, వ్యవకలన సమస్యలను సాధించుట. • సంకలన మరియు వ్యవకలన ప్రక్రియల కొరకు నూతన సమస్యలను తయారుచేయుట. • ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మొత్తము మరియు భేధాలను అంచనావేయుట. • ఒక అంకె సంఖ్యలు మరియు రెండు అంకెల సంఖ్యలను మొత్తం మరియు భేధాలను మౌఖికంగా తెలుపుట. • మౌఖికంగా రెండు అంకెల సంఖ్యలకు రెండు రెట్లు చెప్పుట (ఫలితం 2 అంకెల సంఖ్యలను మించకుండా)	• రాత సమస్యలను తయారు చేయడం. • 2 × 1, 2 × 2, 3 × 1 ల లబ్ధాన్ని అంచనా వేయడం. **భాగాహారం** • రాత సమస్యలు / సందర్భోచిత ఉదాహరణల ద్వారా 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను 1 మరియు 2 అంకెల సంఖ్యలచే భాగాహారం శేషం లేకుండా, శేషం వచ్చేది (grouping మరియు sharing ద్వారా). • 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకె సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చే శేషాన్ని అంచనావేయడం. • రాత సమస్యలను తయారుచేయడం. • 2 మరియు 1 అంకె సంఖ్యల ద్వారా గుణకారం మరియు భాగాహారంల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచడం. **భిన్నాలు** • మొత్తములో పావు, సగము ముప్పావులను గుర్తించడం.	• రాత సమస్యలను తయారు చేయడం. • సంకలనంలోని స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని అభినందించడం. • కూడిక మరియు తీసివేతల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకోవడం. **గుణకారం** • రాత సమస్యలలో, నిజజీవిత సమస్యలలోని 2, 3 అంకెల సంఖ్యలను 1 లేదా 2 అంకెల సంఖ్యచే గుణకారం చేయు సందర్భాలలో ప్రామాణిక పద్ధతి మరియు విభాగ న్యాయ పద్ధతిని ఉపయోగించడం (Arre'y product, - Rate porduct and Grouping - Cartesian product మొ॥గు రాత సమస్యలు). • 10000 మరియు 1000 లచే గుణకారం చేయడం. • రాత సమస్యలను తయారుచేయడం. • 2 × 1, 2 × 2, 3 × 1, 3 × 2ల లబ్ధాన్ని అంచనా వేయడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
• 10 నుండి 20 వరకు సంఖ్యలను క్రమములో చెప్పడం. • 10 నుండి 20 వరకు నున్న సంఖ్యలనుపయోగించి వస్తువులను లెక్కించడం. • సముదాయమును 10 యొక్క గుణిజములుగా మిగిలిన వాటి అంకెలను విడదీయడం. • 'పదులు', 'ఒకట్లు' పదజాలమును అభివృద్ధిపరచడం. • 'పదులు', 'ఒకట్ల'ను చిత్ర రూపములో చూపడం. • ఇచ్చిన సంఖ్యలో పదులు, ఒకట్లను లెక్కించడం. • 10 నుండి 19 వరకు సంఖ్యలను రాయడం. • 20 వరకు నున్న సంఖ్యలను పోల్చడం. **కూడిక, తీసివేత (20 వరకు)** • 20 వరకు సంఖ్యల కూడిక, తీసివేత	**గుణకారము, భాగాహారము సన్నద్ధత** • సమానముగా పంచడము మరియు పునరావృత సంకలనము అనే భావనలను పరిచయము చేయడం. • సమాన సమూహాలు చేయడంపై కృత్యాలు. • భాగహార సత్యములను పరిచయం చేయడం (రెండంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకెతో భాగహారము చేయడం)	**గుణకారం** • గుణకార ప్రక్రియ యొక్క అర్థాన్ని వివరించుట (పునరావృత సంకలనం). • గుణకార గుర్తును గుర్తించుట మరియు వినియోగించుట. • 2, 3, 4, 5 మరియు 10 యొక్క గుణకార పట్టికలను తయారుచేయుట. • వివిధ సందర్భాలలో గుణకార ప్రక్రియను వినియోగించుట. • 6, 7, 8, 9 గుణకార పట్టికలను తయారుచేయుట. • రెండంకెల సంఖ్యలను, ఒక అంకె సంఖ్యతో గుణించుట. 1) ప్రామాణిక పద్ధతి ద్వారా 2) లాటిస్ పద్ధతి ద్వారా **భాగహారం** • సమాన సమూహాలుగా చేయడం మరియు పంచుకోవడం ద్వారా "భాగహారం" ప్రక్రియ అర్థాన్ని వివరించుట.	• వివిధ రకాల భిన్నాలు $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{3}{4}$ లను గుర్తించడం. • $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{3}{4}$ ల అర్థాన్ని వివరించడం. • సజాతి భిన్నాల యొక్క కూడిక, తీసివేతను మరియు పోల్చడాన్ని తెలుసుకొంటాడు. **అమరికలు (3 గం॥లు)** • కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగాహారం లకు సంబంధించిన అమరికలను కొనసాగించడం.	**భాగహారం** • రాత సమస్యలు / సందర్భోచిత ఉదాహరణల ద్వారా 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను 1 మరియు 2 అంకెల సంఖ్యలచే భాగహారం శేషం లేకుండా, శేషం వచ్చే విధంగా (Grouping మరియు sharing ద్వారా) చేయడం. • 10చే భాగించగా వచ్చే అమరికలను అవగాహన చేసుకోవడం. • ప్రామాణిక పద్ధతి ద్వారా 2, 3 అంకెల సంఖ్యలను 1 మరియు 2 అంకెల సంఖ్యలచేత; 4 అంకెల సంఖ్యలను 1 అంకె సంఖ్య చేత భాగహారం చేయడం. • రాత సమస్యలు తయారుచేయడం. • సరి మరియు బేసి సంఖ్యలు. • 2, 5 మరియు 10ల భాజనీయతను అంచనావేయడం. • భాగహారంలో – భాగఫలాన్ని అంచనావేయడం. • 2, 3 అంకెల సంఖ్యలను ఉపయోగించి గుణకారము – భాగహారముల మధ్య గల సంబంధాన్ని వివరించడం, వ్యక్తపరచడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
21-99 వరకు సంఖ్యలు • 21-99 వరకు సంఖ్యలను రాయడం. • సముదాయములను పదులు, ఒకట్లుగా ప్రాతినిధ్యపరచడం.		• గుణకారం మరియు భాగహారంల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుచుట. • భాగహారం చేయుట (రెండంకెల సంఖ్యను, ఒక అంకె సంఖ్యతో) 1) పునరావృత వ్యవకలనం ద్వార 2) సమూహాల ద్వార 3) గుణకార పట్టికల ద్వార		**భిన్నాలు** • ఒక వస్తువు లేదా ఒక సమూహం లోని భాగాలను గుర్తించడం. • భిన్నాలను కొలతలకు అన్వయించడం. • $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ మరియు $\frac{4}{8}$ లను సమాన భిన్నాలుగా గుర్తించడం. • సజాతి మరియు విజాతి భిన్నాలను పోల్చడం (క.సా.గు. లేకుండా) • సజాతి భిన్నాలను కూడడం, తీసివేయడం. **అమరికలు (3 గం॥లు)** • చతురస్రం, త్రిభుజం ఆకారంలో అమర్చగల అమరికలు సంఖ్యలను గుర్తించడం. • గుణకారం, భాగహారాలతో కూడి ఉన్న అమరికలను గుర్తించడం. • వర్గ సంఖ్యల వరుసలలోని మధ్య గల సంఖ్యలు. • 9 యొక్క గుణిజాలలో ఉన్న అమరికలను గుర్తించడి.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
కొలతలు (13 గం॥ లు) **(పొడవు, బరువు, పరిమాణం)** • దూరము, దగ్గర; పొడవు, పొట్టి; ఎక్కువ, తక్కువ, మందము, సన్నని మున్నగు వాటి మధ్య వ్యత్యాసములను గుర్తిస్తారు. • పొడవుల ఆధారముగా వస్తువులను పోల్చడం. • అప్రామాణిక కొలతు ద్వారా చిన్న చిన్న పొడవులను కొలవడం (మూర మొదలునవి) **బరువు** • బరువైన, తేలికైన వస్తువులను పోల్చడం.	**కొలతలు (13 గం॥ లు)** **(పొడవు, బరువు, పరిమాణం)** • చిన్న చిన్న పొడవులను అప్రమాణిక కొలతలు ఉదాహరణకు అడుగును ఉపయోగించి కొలవడం. **బరువు** • అప్రమాణిక కొలతలనుపయోగించి రెండు వస్తువుల యొక్క బరువులను సరిపోల్చడం. • సామాన్య త్రాసు యొక్క ఆవశ్యకతను ప్రశంసించడం. • సామాన్య త్రాసునుపయోగించి ఇచ్చిన వస్తువుల యొక్క బరువులను పోల్చడం.	**కొలతలు (పొడవు, బరువు, పరిమాణం)** **పొడవు** • ప్రామాణిక కొలత అవసరాన్ని గ్రహించుట. • "సెం.మీ." ప్రామాణిక కొలతలను ఉపయోగించి పొడవులను కొలచుట. • ఇచ్చిన వస్తువు పొడవును అంచనా వేయుట మరియు కొలిచి సరిచూచుకొనుట. • స్కేలును ఉపయోగించుట. **బరువు** • బరువు 1 కేజీ తూనికరాయిని ఉపయోగించి వస్తువుల బరువులను తూయుట. • బరువుల యొక్క "నిత్యత్వధర్మాన్ని" గ్రహించుట. (వేరువేరు ఆకారాలలో ఉండి ఒకే బరువు ఉండే వస్తువుల బొమ్మలు మట్టితో తయారు చేయుట.)	**కొలతలు (21 గం॥ లు)** **పొడవు** • మీటర్ మరియు సెంటీమీటర్ పొడవులను గుర్తించడం. • మీటర్ మరియు సెంటీమీటర్‌ల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పర్చడం. • మీటర్‌ను సెంటీమీటర్‌లోకి మార్చడం. • పొడవులను మీటర్‌లోకి మార్చడం. • ఇచ్చిన వస్తువుల యొక్క పొడవులను మరియు ఇచ్చిన ప్రదేశాల మధ్య దూరాన్ని అంచనావేయడం. • మీటర్‌లు మరియు సెంటీమీటర్లలో ఉన్న రాత లెక్కలను సాధించడం. **బరువు** • కి.గ్రా మరియు గ్రాములలో ఉన్న వాస్తవ బరువులను మరియు ఉత్పాదిత బరువులను అవగాహన చేసుకోవడం. • కి.గ్రా. లకు మరియు గ్రాముల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచడం.	**కొలతలు (21 గం॥ లు)** • "అడుగు" భావనను అవగాహన చేసుకోవడం మరియు "అడుగు" కు "అంగుళం"కు గల సంబంధాన్ని అర్థం చేసుకోవడం. • "క్వింటల్" భావనను అవగాహన చేసుకోవడమే కాకుండా "కిలోగ్రాం" మరియు క్వింటాల్‌కు మధ్యగల సంబంధాన్ని వివరించడం. • కిలోమీటరులను మీటర్లలోనికి; మీటర్లను సెంటీమీటర్లలోనికి; లీటర్లను మిల్లీలీటర్లలోకి; కిలోగ్రాములను గ్రాములలోనికి; క్వింటాళ్ళను కిలోగ్రాములలోనికి మార్చడం. • పైన తెలిపిన ప్రమాణాలలోగల పొడవు, బరువు మరియు పరిమాణంలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం. • పొడవు, బరువు మరియు పరిమాణాలను అంచనావేయడం. • వైశాల్య భావనను అవగాహన చేసుకోవడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
		పాత్ర పరిమాణము • పాత్రల పరిమాణాలను లీటర్లలో కొలవ గలుగుట మరియు పోల్చుట. • పరిమాణాల పరంగా వేరువేరుగా వున్న పాత్రలలోని ద్రవాల ఘనపరిమాణాలు సమానంగా ఉన్నప్పుడు వాటి స్థాయి వేరువేరుగా ఉంటుందని గుర్తించుట. పరిమాణాల యొక్క నిత్యత్వధర్మాన్ని గ్రహించుట.	• వస్తువుల యొక్క బరువులను అంచనావేసి, వాటి వాస్తవ బరువులతో సరిచూసుకోవడం. • బరువుల యొక్క conservations ను అభినందిస్తాడు. **పరిమాణం** • పరిమాణంను లీటర్ మరియు మిల్లీలీటర్‌లలో అవగాహన చేసుకోవడం. • లీటర్ మరియు మిల్లీలీటర్‌ల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తిస్తాడు. • ప్రమాణిక కొలతల సాధనాల ద్వారా ఇచ్చిన ద్రవాల పరిమాణాన్ని కొలవడం. • ఇచ్చిన ద్రవాల యొక్క పరిమాణాన్ని అంచనావేసి వాటి వాస్తవ పరిమాణంతో సరి చూసుకోవడం. • లీటర్లు, మిల్లీలీటర్లలలో ఉన్న పరిమాణంనకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం.	• వైశాల్యమును ఊహించి చెప్పడం. • చుట్టుకొలతను లెక్కించడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
కాలం • ముందు, వెనుక సమయములలో జరిగే ఈవెంట్స్‌ను పోల్చడం. • స్కూలు సెలవులలో దీర్ఘకాలిక, స్వల్పకాలిక సెలవులను గుర్తించడం. • ఒక దినములో జరిగే సంఘటనలను కాలానుగుణముగా అమర్చడం.	**కాలం** • సంవత్సరములోని నెలలు మరియు వారములోని దినమును గూర్చి పరిచయం చేయడం. • దీర్ఘకాలిక సమయములో జరిగిన సంఘటనలు తేది ఆధారముగా అమర్చడం.	**కాలం** • గడియారాన్ని చూచి గంటల్లో సమయాన్ని గుర్తించుట, చెప్పుట. • క్యాలెండర్‌ను చూచి అందులో ప్రత్యేకమైన రోజును, తేదిని గుర్తించుట. • ఒక రోజులో జరిగే ఘటనలను కాలక్రమంగా వివరించుట.	**కాలం** • నిమిషాలు, గంటలు, రోజులు మరియు నెలలు పదాల మధ్య ఉండే వ్యత్యాసాలను గుర్తించి అభినందిస్తాడు. • క్యాలెండర్‌ను చూసి ఒక వారంలోని రోజులను, ఒక నెలలో ఉన్న వారాలను, ఒక సంవత్సరంలోని నెలలను గుర్తిస్తారు. • ఏ సంత్సరంలో ఫిబ్రవరి నెలలో ఎక్కువ రోజులు ఉన్నాయో దానిని లీపు సంవత్సరం అని, లీపు సంవత్సరం ప్రతి నాలుగు సంవత్సరాలకు ఒకసారి వస్తుంది అని అవగాహన చేసుకోవడం. • కేలండర్‌లోని తేదీలను వాటికి సంబంధించిన రోజులకు మధ్య సంబంధం ఏర్పరచడం. • గడియారంలోని సమయాన్ని గంటలు, నిముషాలలో చదవడం. • సమస్యలను సాధించడం.	**కాలం** • సెకనులు, నిమిషాలు, గంటలు, రోజులు, నెలలు, మరియు సంవత్సరాలలోని వ్యత్యాసాలను గుర్తించడం, ప్రశంసించడం. • సెకండ్లను నిమిషాలలోకి మరియు నిమిషాలను గంటలలోకి పరస్పర మార్పిడి చేయడం. • AM మరియు PM పదాలను ఉపయోగిస్తూ సమయాన్ని వ్యక్తీకరించడం. • 24 గంటల గడియారాన్ని అవగాహన చేసుకోవడం మరియు దానిని 12 గంటల గడియారంతో పరస్పర మార్పిడి చేయడం. • "తేది"ని చదవడం. • సంవత్సరాలలోని కాలభ్రమణాన్ని (జనవరి – డిశంబర్ – జనవరి – డిశంబర్) ప్రశంసించడం.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
దైనందిన గణితం (3 గం॥) **(ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం)** • సామాన్యముగా మనం వాడే కరెన్సీ నోట్లను మరియు నాణెములను గుర్తిస్తారు. • చిన్న మొత్తాలను ఒక్క దగ్గరకు చేరుస్తారు.	**దైనందిన గణితం (3 గం॥)** **(ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం)** • కరెన్సీ నోట్లను, నాణెములను గుర్తింపచేయడం. • 10 రూపాయులు లేదా 50 రూపాలయిలను మించకుండా ద్రవ్యమును జతపరచడము. • మౌఖికంగా ద్రవ్యంలను కూడడము, తీసివేయడం. • 3 లేదా నాలుగు నోట్లు / నాణెములనుపయోగించి దినచర్యలను చేయడం.	**నిత్య జీవితంలో గణితం** **(ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం మరియు సమయం)** • ద్రవ్యం వివరాలను సమూహాలుచేసి, సమూహాలు చేయకుండా కూడుట మరియు తీసివేయుట. • దుకాణాలలో ధరల పట్టికలను ఉపయోగించి బిల్లులను తయారుచేయుట (రూ. 999 వరకు). • ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం మరియు సమయంలకు సంబంధించిన నిత్య జీవిత సమస్యలను సాధించుట.	**నిత్య జీవితంలో గణితం (5 గం॥)** **(ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం, అంతరాళం)** • ఒకటి కంటె ఎక్కువ ప్రక్రియలు లేదా ఒకటి కంటే ఎక్కువ భావనలు లేదా బహుళ సోపానాలకు సంబంధించిన రాత సమస్యలు / సందర్భోచిత ఉదాహరణ సమస్యలు సాధించడం. • నిత్య జీవితంలోని ఎదురయ్యే సందర్భాలకు సమాధానాలు అంచనా వేయగలుగుతాడు.	**నిత్య జీవితంలో గణితం (5 గం॥)** **(ద్రవ్యము, పొడవు, బరువు, పరిమాణం, వైశాల్యం)** • ఒకటి కంటే ఎక్కువ గణిత పరిక్రియలను లేదా ఒకటి కంటే ఎక్కువ భావనలను కలిగి ఉన్న రాత సమస్యలు. • దైనందిన జీవితంలో అంచనా వేయడం.
దత్తాంశ నిర్వహణ (6 గంటలు) • దత్తాంశ సేకరణ. • పట్టికలో దత్తాంశమును రికార్డు చేయడం. • దత్తాంశము ఆధారముగా విశ్లేషణ చేయడం.	**దత్తాంశ నిర్వహణ (6 గంటలు)** • దత్తాంశ సేకరణ • దత్తాంశమును పట్టికలో పొందుపరచడం. • దత్తాంశ విశ్లేషణ.	**దత్తాంశ నిర్వహణ** • గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి దత్తాంశాన్ని నమోదు చేయుట. • దత్తాంశాన్ని సేకరించి, దానిని తగిన స్కేలు మరియు యూనిట్‌లను ఉపయోగించి పటచిత్రముల ద్వారా చూపుట.	**దత్తాంశ నిర్వహణ** • చిత్రపటాల ఆధారంగా ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం. • బాక్స్ చార్ట్ (Best graph) ఆధారంగా ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం. • ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాల నుపయోగించి చూపడం.	**దత్తాంశ నిర్వహణ (6 గంటలు)** • పట చిత్రాలను చదవడం. • పట చిత్రాలకు స్కేలు యొక్క ఆవశ్యకతను అర్థం చేసుకోవడం. • కమ్మీ చిత్రాలను చదవగలగడం. • గణన చిహ్నాలనుపయోగించి దత్తాంశ నిర్వహణ.

1వ తరగతి	2వ తరగతి	3వ తరగతి	4వ తరగతి	5వ తరగతి
		• ఉపాధ్యాయుడితో చర్చించి ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని చదివి ఫలితాలను చెప్పుట.		
అమరికలు (10 గం॥లు) • చేతి వ్రేళ్ళనుపయోగించి మన చుట్టూ ఉన్న చిన్న అమరికలను, వాటి క్రమమును తెలియపరచడం. • మన చుట్టూ ఉన్న అమరికలను విద్యార్థులచే గుర్తింపచేయడం.	**అమరికలు (10 గం॥లు)** • ఆకారములు, సంఖ్యల యొక్క అమరికలను పరిశీలించడం. • సంఖ్యలను భిన్న మార్గములుగా విభజించి అమరికలను ఏర్పరచడం. • కూరగాయలు, ఆకులు, వేలిముద్రలనువయోగించి అమరికలను తయారుచేయడం. • సాధారణ సౌష్ఠవ ఆకారాలను గుర్తించడం మరియు క్రమాలను గుర్తించడం. • సరళరేఖలు మరియు ఇతర జ్యామితీయ ఆకృతులను ఉపయోగించి క్రమాలను రూపొందించడం. • పరిసరాలలోని క్రమాలను గుర్తించడం. • కాగితపు మడతలు, కత్తిరింపుల ద్వారా సౌష్ఠవాన్ని చూపడం. • అద్దమును ఉపయోగించి సౌష్ఠవ చిత్రములను పూర్తిచేయడం.	**అమరికలు** • సాధారణ సౌష్ఠవ ఆకారాలను గుర్తించుట మరియు అమరికలను గుర్తించుట. • సరళరేఖలు మరియు ఇతర జ్యామితీయ ఆకారాల ద్వారా అమరికలను, రూపాలను తయారుచేయుట. • ఒక సంఖ్యను వివిధ రకాలుగా (2 భాగాలుగా మాత్రమే) విభజించుట. • చుట్టుప్రక్కలలోని వస్తువులలో అమరికలను గుర్తించుట. • 2, 5 మరియు 10 గుణకార పట్టికలలోని అమరికలను గుర్తించుట.	**అమరికలు (3 గం॥లు)** • వివిధ సందర్భాలలో కనబడే అమరికలను గుర్తించడం, వాటిని కొనసాగించడం.	**అమరికలు (3 గం॥లు)** • భ్రమణం మరియు అంతరముల ఆధారంగా కనిపించే అమరికలను గుర్తించడం, పొడిగించడం మరియు నూతనంగా ఏర్పర్చడం. • అమరికలలో ఉన్న ఒక యూనిట్ లేదా బ్లాక్‌ను గుర్తించడం.

(B) ప్రాథమిక స్థాయిలో విద్యా ప్రమాణాల సాధనకు సూచికలు

విద్య నేర్చుకునే ప్రక్రియలో పిల్లలు తరగతి గదిలోనే కాకుండా వారికి నిత్యజీవంతలో ఎదురయ్యే ప్రతి సందర్భంలో నేర్చుకుంటూ ఉంటారు. వారు నేర్చుకునే ప్రక్రియలో వారి సహజ సామర్థ్యాలు వారికి ఉపయోగపడతాయి. ప్రతి పిల్లవాడికి వ్యక్తిగతంగా సహజ సామర్థ్యాలుంటాయి. కాని విద్య ఆ సహజ సామార్థ్యాలను నైపుణ్యాలుగా పరివర్తన చేయాల్సి ఉంటుంది. పిల్లలు ప్రతి సందర్భంలో వారికి ఎదురయ్యే తరగతి గదిలో లేదా బయట ఎదురయ్యే ప్రత్యక్ష అనుభవాలను తరగతి గదిలోనే ఉపయోగించుకొని వాటిని విజ్ఞానంగా మార్చి పిల్లలు వాటిని క్రొత్త విషయాలను ఆవిష్కరించే విధంగా తరగతి గది ప్రోత్సహించాలి. గణిత పరంగా మాట్లాడాలంటే, పిల్లలలో సమస్య సాధన, తార్కికంగా ఆలోచించడం, కారణాలు చెప్పడం, పలు విషయాలను అనుసంధానం చేయడం, ప్రాతినిధ్యపరచడం వంటి నైపుణ్యాలను గణిత తరగతి పిల్లలో అభివృద్ధి పర్చాల్సి ఉంటుంది. ఈ నైపుణ్యాలను తరగతి గది పిల్లలో అభివృద్ధి పర్చాలంటే, మనకు మార్గనిర్శేశనం చేయుటకు ఈ నైపుణ్యాల లక్ష్యంగా కొన్ని ప్రవచనాలు మనకు అవసరమవుతాయి. ఈ విధంగా విద్య లక్ష్యాలను మార్గనిర్దేశనం చేసే వాఖ్యాలనే విద్యా ప్రమాణాలు అంటారు. “ఒక ప్రత్యేకమైన విషయం కాని, విషయాలతో కాని నిర్దేశించబడిన సమయంలో పిల్లలకు ఏమి తెలిసిఉండాలి. మరియు పిల్లలు ఏ నైపుణ్యం ప్రదర్శించగల్గాలి. అని తెలిపే సవివరమైన వాఖ్యాలను విద్యాప్రమాణాలు అంటారు.” తరగంతి గదికి వెళ్ళే ముందు మనము విద్యా ప్రమాణాలను నిర్ధారించుకోవడానికి మరియు రాసుకోవడానికి ముందు విద్యా ప్రమాణాల అర్థాన్ని క్షుణ్ణంగా అర్థం చేసుకోవాల్సిన అవసరం ఉంది.

- అవి సవివరమైన వాఖ్యాలు మరియు సమాజంలోని సాధారణ మనుషులు కూడా వాటిని అర్థం చేసుకునే విధంగా ఉంటాయి.
- తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియన మార్గనిర్దేశనం చేసే విధంగా మరియు పిల్లలు అభ్యసనం తరువాత ఏ నైపుణ్యం ప్రదర్శించాలో తెల్పుతాయి.
- అవి కొన్ని సార్లు ఒకే విషయంపై కాని, మరికొన్ని సార్లు, ఎక్కువ విషయాలను కలిపిగాని నిర్వహించబడతాయి.
- అవి కొన్ని సార్లు ఒకే నైపుణ్యాలు కాని, మరికొన్ని సార్లు ఎక్కువ నైపుణ్యాలను కలిపిగాని నిర్వచించబడతాయి.

కావున పై విషయాలను బట్టి విద్యాప్రమాణాలు అనగా ఒకే విషయంలో కాని, కొన్ని విషయాలలో కలిపికాని, ఒకే నైపుణ్యంలో కాని, కొన్ని నైపుణ్యాలలో కాని సాధించడానికి ఉద్దేశింపబడ్డ సువివరమైన వాఖ్యాలు ఈ నైపుణ్యాలను సాధించడానికి మరియు పిల్లలు వాటిని ప్రదర్శించడానికి ఉపాధ్యాయుడు బాధ్యత తీసుకోవాల్సి ఉంటుంది. ఇక మనం విద్యాప్రమాణాలను మార్గనిర్దేశనం చేసే నైపుణ్యాలను తెలుసుకుందాం.

సమస్యసాధన : పిల్లలు సాధారణంగా ఏదైనా సమస్య ఇచ్చినప్పుడు దానికి సంబంధించిన సూత్రాన్ని గుర్తించడానికి ప్రయత్నిస్తాడు మరియు దత్తాంశంలో ఇచ్చిన కొన్ని విలువలను సూత్రంలో ప్రతిక్షేపించి చివరికి జవాబును రాబడతాడు. ఈ విధంగా చేయడాన్ని నిజంగా సమస్యసాధన అంటారా? మనం పిల్లల నుండి సమస్య సాధనకై ఈ నైపుణ్యాన్నే ఆశిస్తున్నామా? పిల్లలు ఏ గణిత భావనలైతే అవగాహన చేసుకుంటారో వాటిని వారు విభిన్న పరస్థితులలో ఉపయోగించుకొనేటట్లుగా ఉండాలి. విద్యార్థి అతడికి ఎదురయ్యే నిత్యజీవిత అనుభవాలతో గణితానికి సంబంధాన్ని ఏర్పర్చి మరియు చివరికి ఒక నిర్ణయానికి వచ్చే విధంగా ఏర్పడాలి. ఈ విధంగా నిత్య జీవితంలోని పలు అంశాలను ఒక తర్కం ఆఆరంగా అనుసంధానం చేసి ఒక క్రమపద్ధతిలో సమస్యను సాధించి చివరికి ఒక సరియైన సాధనను కనుక్కునే విధంగా విద్యార్థిని ప్రోత్సహించాలి. ఈ క్రమంలో విద్యార్థి సరియైన తర్కం ఆధారంగా సమస్యను సాధించి ప్రతి సోపానానికి కారణాన్ని మరియు పద్ధతిని వివరించగలిగి మరియు తను సాధించిన సాధనను సరిచూసుకొనేటట్లు సమస్య సాధన నైపుణ్యం ప్రోత్సహించాలి. ఇలా చేయగల్గినప్పుడు విద్యార్థి పొందే అనుభూతి అంతా ఇంతా కాదు. ఈ క్రమంలో విద్యార్థి యొక్క జీవితము రకరకాల సంజ్ఞలు, గుర్తులు, కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగాహారం మొదలైన ప్రక్రియలతో గణితీకరణ సాధ్యమవడానికి మార్గం సుగమం అవుతుంది. గణిత అభ్యాసనము పిల్లలను ఒకే విధంగా సంకుచితంగా ఆలోచించేటట్లు ప్రోత్సహించకుండా మరిన్ని ప్రత్యామ్నాయ మార్గాలలో సమస్య సాధన పద్ధతులను కనుగొనేటట్లు ప్రోత్సహించాలి. ఎప్పుడైతే విద్యార్థి ఒక సమస్య సాధనలో ఉన్న అన్ని సోపానాలను అలవాడుపడతాడో మరియు నిత్య జీవితంలో అనుసంధానం చేయగల్గుతాడో అప్పుడు ఆ విద్యార్థి మరిన్ని వివిధ సందర్భాలతో కూడిన, వివిధ సంఖ్యారూపాలతో కూడిన సమస్యలను తయారుచేయగల్గుతాడు. కావున సమస్యసాధనలోని సోపానాలు ముందు మనకు అవగాహన కావల్సిన అవసరం ఉంది.

- సమస్యను చదువుట (లేదా) చదవడం.
- సస్యలో దత్తాంశంగా ఏమి ఇచ్చారు ఇవ్వబడిందో గుర్తించుట.

- సమస్యలో ఏది కనుక్కోవాలో (సారాంశం) గుర్తించుట.
- సమస్యలో ఏమేమి భావనలున్నాయో అవగాహన చేసుకొనుట.
- సమస్యలో తర్కాలను లేదా తర్కాన్ని గుర్తించి పలురకాల పద్ధతులను దృశీకరించుట.
- సరియైన వాటికి సంబంధించిన తర్కాలను, సూత్రాలను ఉపయోగించి పద్ధతులను ఆలోచించాలి.
- వాటన్నింటిలో సరియైన పద్ధతిని సూత్రాన్ని ఎంపిక చేసుకొనుట.
- వాటిలో పద్ధతి ప్రకారం విలువలను ప్రతిక్షేపించుట.
- గణించడం.
- జవాబుకు చేరడం (సమస్య సాధన చేయడం)
- సరిచూడడం.
- ముగింపును వివరించడం.
- సాధారణీకరించడం.
- మిగిలిన ప్రత్యామ్నాయ మార్గాలను ప్రయత్నించడం.
- సూక్ష్మ పద్ధతి (shortcut)ని ప్రయోగించడం.
- పద్ధతులను కారణాలను వివరించగల్గడం.
- ఇలాంటివే మరికొన్ని సందర్భాలతో వివిధ రకాలైన సంఖ్యా రూపాలతో సమస్యను తయారు చేయగల్గడం.

సమస్యసాధన అనే పదం మనకు సాధారణంగా కన్పించిన మరియు దాని పద్ధతులు కొన్నిసార్లు సాధారణంగా కన్పించిన క్లిష్టతతో కూడిన సమస్యలు పలుసందర్భాలలో ఏర్పడుతాయి. సమస్యలలోని క్లిష్టత ఈ కింది విషయాలపై ఆధారపడే ఉంటుంది.

- వివిధ భావనలు, ప్రక్రియలు, సందర్భాలను అనుసంధానం చేయడం.
- సమస్యలోని సోపానాల సంఖ్య.
- సమస్యలోని ప్రక్రియల సంఖ్య.
- సందర్భ క్లిష్టత.
- పద్ధతుల స్వభావం.

మనకు చాలా రకాల వ్రాత సమస్యలు కన్పిస్తుంటాయి. (ఒక భావనతో గాని చాలా భావనలతోని గాని, ఒక ప్రక్రియతో గాని చాలా ప్రక్రియలతో గాని) ఇంకా పటాలతో కూడిన సమస్యలు దీర్ఘ పద్ధతులలో పలురకాల సమస్యలు, సమీకరణాలు కానీ అసమీకరణాలతో కూడిన అమూర్త స్వభావం కల్గిన ప్రశ్నలు, సంఖ్యాక పద్ధతులతో కూడిన సమస్యలు మొదలైనవి ఉంటాయి.

ఈ విధంగా విద్యార్థి తార్కికంగా ఆలోచించి, కారణాలు చెప్పగల్గి, విషయాలను అనుసంధానం చేసుకోగల్గి, పద్ధతులను, సందర్భాలను దృశ్యీకరించగల్గితే విద్యార్థితో నిజమైన సమస్య సాధన నైపుణ్యం అభివృద్ధి చెందినట్లు చెప్పగలం చివరగా విద్యార్థి జీవితాన్ని గణితీకరణచేయగల్గి ఒక భావ గణితజ్ఞాన్ని తయరుచేయగలమని చెప్పవచ్చు. కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం.

కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం :

ప్రతీ పిల్లవాడికి ఉన్నతస్థాయి ఆలోచన (higher order thinking) చేయగల్గిగే సామర్థ్యం ఉంటుంది. పిల్లలలో ఉన్న కారణము మరియు అర్థాన్ని వెతికే సహజమైన తత్వం ద్వారా గణితంలోని పలు అంశాలను పరిష్కరించాల్సిన అవసరం ఉంది. దీనికి గణితాన్ని చేయాలన్న, తెలుసుకోవాలన్న కారణాలు చెప్పగల్గడం అనేది ప్రాధాన్యతను సంతరించుకుంటుంది. పలు అంశాలను తర్కంతో

జోడించి వాటి తార్కిక నిబద్ధతను ప్రదర్శించటమే గణితంలోని సృజనాత్మకతకు అద్దంపట్టే అంశం.

కానీ గణిత ఉపాధ్యాయుడు ఒక తెలివైన వ్యక్తిగా పిల్లల ముందు ప్రదర్శింపబడి, ప్రతీవిషయాన్ని అతడి ద్వారానే పిల్లలు నేర్చుకోవాలని పిల్లల్లో అభిప్రాయాన్ని కల్గిస్తాడు. ఈ పిల్లలలో ఈ అభిప్రాయం వారిని సొంతంగా ఆలోచించుకోనికుండా పూర్తిగానే ఉపాధ్యాయుడుపై ఆధారపడేట్లు చేస్తుంది. ఈ విధంగా చేయడంవల్ల పిల్లలు సొంతంగా ఆలోచించుకోనీకుండా పూర్తిగానే ఉపాధ్యాయుడుపై ఆధారపడేట్లు చేస్తుంది. ఈవిధంగా చేయడంవల్ల పిల్లలు సొంతంగా ఆలోచించలేరు, గణిత పరంగా సాధారణీకరించలేరు మరియు ఒక నిర్ణయానికి రాలేదు. ఎప్పుడైతే ఒక విద్యార్థిని సొంతంగా ఆలోచించడానికి అవకాశం ఇచ్చి సాధారణీకరించేటట్లు మరియు ఒక స్వయం నిర్ణయానికి వచ్చేటట్లు చేయగల్గినప్పుడు అతడిలో కారణాలు చెప్పే నైపుణ్యం అభివృద్ధి చెందుతుంది. అప్పుడు అతను గణితపరంగా సులభంగా కారణాలు చెప్పగల్గుతాడు. ఎప్పుడైతే ఓ విద్యార్థి ఒక సందర్భాన్ని విశ్లేషించి అవగాహన చేసుకొని కొన్ని అంతర్గాతంగా అనుసంధానాలు చేసి సాధారణీకరించి ఆ సాధారణీకరణను వివరించగలడో అప్పుడు అతడు ఆ విషయాన్ని తార్కికంగా ముగించినట్లు చెప్పగలం. ఇది తను వాదన చేసే పద్ధతి లేదా తర్కాన్ని రుజువు చేయడాన్ని ప్రతిబింబిస్తే కారణాన్ని తెలిపినట్లు అవుతుంది. ఈ కారణాలు చెప్పడం అనేది విద్యార్థిలో “తర్కాలతో కూడిన వాఖ్యాలను పరీక్షించే నైపుణ్యాన్ని పెంపొందిస్తుంది” గణితంలో చాలా భావనలకు సంబంధించిన సాధారణీకరించబడిన ప్రవచనాలు ఆగమన మరియు నిగమన తర్కముల ఆధారంగా ఏర్పడినవి.

పిల్లలు కారణాలు చెప్పడం మరియు నిరూపణలు చేయడానికి సూచికలు :

- గణితంలో ప్రకల్పనలు చేసి అనుసంధానాలు చేసి గణిత వాక్యాలను సాధారనీకరించడం మరియు అవగాహన చేసుకోవడం. ఉదా॥ పేజి నెం.282లోని, సమస్య : త్రికోణమితి పట్టికను ఆధారంగా చేసుకొని, “ఆలోచించండి – చర్చించండి” అనే శీర్షిక క్రింద ఇవ్వబడిన సమస్య ఈ సూచికను ప్రతిబింబిస్తుంది.
- పద్ధతులను అవగాహన చేసుకోవడం మరియు justify చేయడం. ఉదా॥ పేజి నెం.179లో త్రిభుజవైశాల్యం కనుగొనఖు విధానం, పేజి నెం.182, 183లోని ‘హీరోన్ ఫార్ములా’ – ద్వారా త్రిభుజవైశాల్యం కనుగొనడం – అనే సమస్యలు ఈ సూచికను ప్రతిబింబిస్తుంది.
- తర్కాలతో కూడిన ప్రవచనాలను పరీక్షించడం.
- ఆగమన, నిగమన తర్కాలను ఉపయోగించడం.

వ్యక్తీకరణ (communication)

గణితం కేవలం సంఖ్యలతోనే నిండిఉందా? లేదా సంఖ్యల ముందు వస్తువులు రెండు వస్తువుల కన్నా ఎక్కువ అని చెప్పాలనుకుంటే మీరెలా వ్యక్తపరుస్తారు?

వ్యక్తపరచడం అనేది గణితం మరియు గణిత అభ్యసంలోని ఒక ప్రముఖమైన అంశం. అది గణితంలోని విషయాల మన అవగాహన యొక్క సాధారణీకరణ, తార్కికచింతన మరియు ఇతరులతో పంచుకోవటానికే ఒక మార్గం. మన ఆలోచనలను ప్రతిస్పందించడానికి సానబెట్టడానికి, సరిచేయడానికి చర్చించడానికి వ్యక్తపరచడాన్నే సాధనంగా ఉపయోగిస్తారు. వివిధ విషయాలను క్రోడీకరించి విషయ అవగాహనకు మరియు మన ఆలోచనలను ప్రదర్శన రూపంలోకి మార్చడానికి వ్యక్తీకరణ ఉపయోగపడుతుంది. ఎప్పుడైతే పిల్లలను ఆలోచించడానికి, గణిత అవగాహనలో కారణాలు చెప్పడానికి ప్రేరేపిస్తామో అప్పుడు మౌఖికంగా కాని, వ్రాత రూపంలో కానీ పిల్లల ఆలోచనలను వ్యక్తపర్చడం సాధ్యమవుతుంది. దీనికై గణితానికి సంబంధించిన వ్యక్తీకరణ సామర్థ్యం అవసరమవుతుంది.

వ్యక్తపర్చడం చేయడానికి సూచికలు :

- గణిత వాఖ్యాలను రాయడం, చదవడం ఉదాహరణ : $3x+4=7$, $3x^2-3=12$.
- గణిత వాఖ్యాలను సృష్టించడం : ఉదా॥ అంకశ్రేఢిలోని ‘n’ పదాల మొత్తం కనుగొనడం.
- గణిత భావనలను సొంతమాటలలో వివరించడం. ఉదా॥ త్రికోణమితి నిష్పాత్తులను తన సొంత మాటలలో వివరించడం (పేజి నెం.273)
  ఉదా॥ చతుర్రస్రం ఒక 4 సమాన భుజములు కల్గిన సరళ సంవృత పటం.
- గణిత పద్ధతులను వివరించడం. ఉదా॥ పేజి నెం.257లోని, ఉదాహరణ సమస్య–10, లో ఒక ఘనాకార బొమ్మ యొక్క ఘనపరిమాణంను కొనుగొనుట.
- ఒక రూపంలోనున్న గణిత వాక్యాన్ని మరొక రూపంలో రాసి చూడం.

ఉదా॥ 1) $0.\overline{3}$ ను p/q రూపంలోకి రాయడం (Vs).

2) సమితులను – సమితి నిర్మాణ రూపం నుండి రోష్టర్ రూపంలోకి రాయడం (Vs).

- ఇచ్చిన భావనపై పదసమస్యలు తయారుచేయడం. (Note: విద్యార్థులు ఇచ్చిన భావనపై పదసమస్యలు తయారుచేయవలసి ఉంటుంది. వీటికి నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనం (FA)లో ప్రాధాన్యత ఉంటుంది.)

గణితంలోని తర్కాన్ని వివరించడం :

గణితాన్ని కేవలం సూత్రాలు. shortcut లు, technique ల పేరుతో యాంత్రికంగా బోధించడమే లక్ష్యంగా సాగుతున్న మన తరగతులలో గణంతంలో వ్యక్తపర్చడం అనే సామర్థ్యానికే స్థానంలేకుండా పోతుంది. కావున పిల్లలలో వ్యక్తపర్చడం అనే సామర్థ్యాన్ని నైపుణ్యంగా మార్చడానికి వారికి అవకాశం దొరికినప్పుడల్లా గణిత భావనలను వ్యక్తపర్చడానికి అవకాశం ఇవ్వాలి. ఉదాహరణకు x+2=6 అనే సమీకరణం సాధించాలంటే యాంత్రికంగా కేవలం 2 ను స్థానమార్పిడి చేస్తే సరిపోతుంది అని చాలామంది భావన, కానీ దానినే ఆ సమీకరణం యొక్క అర్థాన్ని పిల్లలకు చెప్పే అవకాశాన్ని ఇస్తే ఏం జరుగుతుంది? వారు దానిని 2 మరియు 2ల మొత్తం 6 అవుతుంది. అని తెల్పగానే x విలువ వేరుగా చెప్పే అవకాశం ఉండదా? ఇక్కడ పిల్లలు ఈ సమీకరణాన్ని సాధించడానికి వ్యక్తపర్చడం అనే సామర్థ్యం యొక్క పాత్ర ఎంత? కావున గణితంలో ఏవైనా సమస్యలు సాధించడానికి లేదా భావనలను అవగాహన చేసుకొని కొత్త నిరూపణలు చేయడానికి కానీ వ్యక్తీకరణ చాలా అవసరమవుతుంది. అని అవగాహన చేసుకోవచ్చు.

అనుసంధానం (Connection)

గణితం పిల్లల్లో తర్కాన్ని (logic) అభివృద్ధి చేయాలి అని ఇంతకు ముందే చర్చించాం. అది వారికి భావన అవగాహన సమయంలోగాని, సమస్యలను సాధించే క్రమంలోగాని కారణాలు చెప్పడానికి ఉపయోగపడుతుంది. భావనలను అవగాహన చేసుకొనే క్రమంలో తన భావనలను క్రపద్ధతిలో తర్కంతో జోడించి లేదా అనుసంధానంచేసి, సాధారణీకరించి ఒక నిర్ణయానికి వస్తాడు. ఇలా సమస్యాసాధనను గమనించినట్లైతే, దత్తాంశంలో ఇవ్వబడిన అంశాలను ఒక తర్కాన్ని జోడించి సమస్యాపరిష్కార పద్ధతులను ధృవీకరించాలి. అదే విధంగా పిల్లవాడు సమస్యను సాధిస్తాడు. ఈవిధంగా భావన అవగాహన సందర్భంలో గాని, సమస్యాసాధన సందర్భంలోగాని పిల్లల్లో తర్కాన్ని అభివృద్ధి చేయుటకు అనుసంధానం చేసే నైపుణ్యం అత్యవసరం అనేవి నిర్వివాదమైన అంశం.

గణిత అభ్యసన ప్రక్రియలో భాగంగా విద్యార్థి గణితానికి సంబంధించిన అమూర్త విషయాలను వస్తువులచేగాని, సందర్భాలోగాని సంధానంచేసి భావనలను ఏర్పరచుకొంటాడు. ఇలా గణితంలోని అమూర్త విషయాలతో కూడిన భావనను ఇంకా ఇతర భావనలతోగాని, ఇతర విషయాలలోని భావనలతోగాని అనుసంధానం చెయ్యాల్సి ఉంటుంది.

ఈ అనుసంధానాలన్నిటిలో విద్యార్థి గణితంలోని తర్కాలను వస్తువులకుగానీ, నిత్యజీవిత సందర్భాలకుగానీ, ఇతర విషయాలలోని భావనలతో అనుసంధానం చేయాల్సి ఉంటుంది. ఇంకా ఈ అనుసంధానాలను గణితంలోని వివిధ భావనలు, పరిక్రియల మధ్య ఏర్పరచవలసిరావచ్చు. ఈ విధంగా విద్యార్థి గణితాన్ని తన నిత్యజీవితంలోని వివిధ సందర్భాలను అనుసంధానం చేసుకొంటారు. ఈ విధంగా NCF-2005 ఆశించిన విధంగా విద్యార్థి జీవితం గణితీకరణకు మార్గం సుగమం అవుతుంది.

'అనుసంధానం' నైపుణ్యంలోని సూచికలు:

- గణితంలోని భావనలను అనుసంధానం చేయడం. ఉదా॥ కూడికను గుణకారంతో అనుసంధానం. ఉదా: పేజి నెం:265లోని, 17వ ఉదాహరణ సమస్య : ఉదా: (భిన్నాలను భాగహారంతో అనుసంధానం)
- భావనలను నిత్యజీవితంతో అనుసంధానం. ఉదా॥ పేజి నెం. : 318లోని, 11వ ఉదాహరణ సమస్య.
- గణిత భావనలను ఇతర విషయాలలోని భావనలతో అనుసంధానం. ఉదా॥ పేజి నెం. : 119లోని, 12వ ఉదాహరణ సమస్య.
- గణితంలోని ఒక రంగం భావనలను మరో రంగంలోని భావనలచే అనుసంధానం. ఉదా॥ పేజి నెం. : 116లోని, 10వ ఉదాహరణ సమస్య.
- గణిత భావనలను ఎక్కువ పద్ధతులతో కూడిన వాటికి అనుసంధానం. ఉదా॥ పేజి నెం. : 115లోని 'ఆలోచించండి – చర్చించండి' అనే కృత్యము.

కావున విద్యార్థి ఎంత బాగా తర్కాలతో కూడిన అనుసంధానాలను చేయగల్గుతున్నాడో వాటి ద్వారా ఎంత మంచి నిర్ణయాలు చేయగల్గుతున్నాడో వంటి వాటిని బట్టి విద్యార్థిలోని గణిత నైపుణ్యాలు తెలుస్తాయి. ఈ అనుసంధానాలు గణితంలో ఒకే ప్రదేశంలో భావనలను మధ్యఉండవచ్చు. వివిధ ప్రదేశాలలోని భావనల మధ్య ఉండవచ్చు. ఇంకా గణిత భావనలను ఇతన విషయాలలోని భావనలుచేయవచ్చు. చివరగా నిత్యజీవితంలోని వివిధ సందర్భాలతో గణితాన్ని అనుసంధానం చేయవచ్చు.

దృశీకరణ – ప్రాతినిధ్యపరచడం

మనం మన నిత్యజీవితంలో చాలా కార్యక్రమాలను, పనులను నిర్వహిస్తూ ఉంటాం. వాటిని చేయబోయే ముందు ఒక కార్యక్రమ సూచిని దృశీకరిస్తాం లేదా కార్యక్రమ పనుల క్రమాన్ని ఊహిస్తాం. కాని ఈ కార్యక్రమాలన్నింటిలో గణితం అంతర్గంగా ఇమిడి ఉంటుంది. ఉదారణకు ఆ కార్యక్రమాలలో వస్తువుల ధరలు, ఇలుకట్టే సందర్భంలో కొలతలు లాంటి గణిత విషయాలు అవసరమౌతాయి. ఈ విధంగా గణిత పరంగా దృశీకరణ సామర్థ్యం ప్రతీ ఒక్కరికి అవసరం అని తెలుస్తుంది.

దృశీకరణ మన మెదడులో కొన్ని మానసిక చిత్రాలను ఏర్పరుస్తుంది. ఈ మానసిక చిత్రాలను ఒక తర్కంతో అనుసంధానంచేసే కార్యక్రమ స్వరూపం లేదా సంరధ్బ స్వరూపం లేదా పద్ధతిక్రమం మెదడులో దృశీకరణ జరుగుతుంది. నిజజీవితంలో ఈవిధంగా పలు సందర్భాలలో దృశీకరణ చేయాల్సిన అవసరం ఉంటుంది. కావున, మన విద్యార్థిలో గణితపరంగా దృశీకరణ నైపుణ్యం పెంపొందించాల్సిన అవసరం ఉంది. గణిత తరగతిలో జరిగే దృశీకరణ, భావనల అవగాహన మరియు సమస్యాసాధన సందర్భంలో, అతడు పొందిన అభ్యసన అనుభవాలను తర్కంతో జోడించి ఒక భావన లేదా అభిప్రాయాన్ని ఏర్పరచుకనొ గణిత భావనలను అవగాహన చేసుకొంటాడు. ఏదైనా భావనను దృశీకరణ చేయకుండా అవగాహన చేసుకోలేం. భావన అవగాహన సందర్భంలోనే కాకుండా, సమస్యాసాధన సందర్భలో దృశీకరణ సామర్థ్యం అవసరం అవుతుంది. ఒక సమస్యలో ఇవ్వబడిన దత్తాంశంలోని అంశాలను తర్కంతో జోడించి ఒకటి లేదా పలు భావనలతో అనుసంధాంచేసి సమస్యాపరిష్కార పద్ధతిని ధృవీకరణ చేయాల్సి ఉంటుంది. ఇదే విధంగా అనేక సమస్యా పరిష్కార పద్ధతులను దృశీకరణ చేయాల్సి ఉంటుంది. వాటిలో ఒక పద్ధతిని ఎంచుకొని సమస్యను విద్యార్థి సాధిస్తాడు. ఈ విధంగా విద్యార్థిలో గణిత తర్కాలు అభివృద్ధి చెందుతాయి.

దృశీకరించిన విషయాన్ని ఇతరులకు తెలపాలనుకుంటే మనం దానిని గుర్తుల రూపంలోగాని, పటరూపంలోగాని, పట్టకరూపంలోగాని, క్రమచిత్ర రూపంలోగాని చూపే ప్రయత్నం చేస్తాం. గణితంలో దృశీకరించిన వాటిని పై విధాలుగా తెలుపడాన్ని ప్రాతినిధ్యపరచడం అంటాం. ఈ విధంగా గణిత తరగతిలో ఒక విద్యార్థిలో "ప్రాతినిధ్యపరచడం" నైపుణ్యాన్ని పెంపొందిచాల్సిన అవసరం ఉంది. "ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశీకరించడం" నైపుణ్యం ప్రదర్శనకు సూచికలు.

- ఒక పట్టికలోని సమాచారం సంఖ్యరేఖ, పటచిత్రం దిమ్మచిత్రం, 2D–పటాలు, 3D–పటాలు మరియు పటాలను చదవడం మరియు వాటిపై వ్యాఖ్యానించడం.
- పట్టికలను రూపొందించడం, సంఖ్యరేఖపై చూడడం, పటచిత్రములు, దిమ్మచిత్రాలను వివిధ రకాల గ్రాఫ్‌ల ద్వారా పటాలను దృశీకరించడం మరియు గీయడం.

ఈ విధంగా దృశీకరించడం మరియు ప్రాతినిధ్యపరచడం అనే నైపుణ్యం, ఒక వ్యక్తి గణిత భావనలను అవగాహన చేసుకోవడానికి, ఇతరులకు సులభ పద్ధతులలో తెలపడానికి ఉ పయోగపడుతుంది.

ఇంతవరకు మనం గణితపరంగా విద్యార్థిలో ఎలాంటి నైపుణ్యాలు పెంపొందాలో, వాటి ఆధారంగా ఎలాంటి విద్యాప్రమాణాలు నిర్ణయించాలో చర్చించాం. పై నైపుణ్యాలను అవగాహన చేసుకొని ఒక భావనకు సంబంధించి ఎలాంటి నైపుణ్యాలు విద్యార్థిలో పెంపొందాలో నిర్ణయించి, వాటినే లక్ష్యాలుగా చేసుకొని విద్యాప్రమాణాలను రాయవచ్చు. ఈ విద్యాప్రమాణాలు తరగతి గదికి వెళ్ళే ముందు ఉపాధ్యాయుడికి ఈ విద్యాప్రమాణాలు లక్ష్యాలుగా ఉపయోగపడి, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియను మార్గనిర్దేశనం చేస్తాయి. ఈ లక్ష్యాలు ఇంకా విద్యార్థి యొక్క గణిత అభ్యసనయొక్క 'ప్రదర్శన'కు గ్యారెంటిని ఇస్తాయి. ఈ విధంగా విద్యా ప్రమాణాలను నిర్ణయించి, మూల్యాంకనంచేసి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను మెరుగుపరుద్దాం.

• నిర్ణీత సమయంలో నిర్ణయించిన గణిత విషయం / భావనకు సంబంధించి పిల్లలు ఏమి తెలుసుకోవాలి? వారు ఏమేమి చేయగలగాలో వీటి ద్వారా ఏమి నైపుణ్యాలు సాధించాలో స్పష్టంగా తెలిపే ప్రవచనమే విద్యాప్రమాణం.

కంటెంట్	సమస్యాసాధన	కారణములు చెప్పడం సాధించడం / నిరూపణ చేయడం	వ్యక్తపరచడం	సంధానం	దృశ్యీకరణ / ప్రాతినిధ్యపరచడం
గణిత అంశములు	a) సమస్యలలో రకములు : సమస్యలను, ఫజిల్స్, పదసమస్యలు, చిత్ర / పటసమస్యలు, సాధనా సమస్యలు, దత్తాంశమును చదవడం, పట్టికలు, గ్రాఫులు మొదలగునవిగా ఉంటాయి. • సమస్యను చదవడం • దత్తాంశములోని అన్ని అంశములను గుర్తించడం • సమస్యాసాధనకు అవసరమయ్యే దత్తాంశ అంశములను గుర్తించడం • సమస్యలో ఇమిడియున్న భావనను అర్థం చేసుకోవడం • సాధనాక్రమమును ఎంపిక చేసుకోవడం • సమస్యను సాధించడం b) క్లిష్టత • సంధానములు ఏర్పరచడం • సోపానముల సంఖ్య • పరిక్రియల సంఖ్య • సాధనా స్వభావం	• గణిత సామాన్యీకరణములను అర్థం చేసుకోవడం • సమస్యా సాధనను పరిశీలించడం • తార్కిక చింతను అభివృద్ధిపరచడం • ఆగమన, నిగమన తార్కికతను ఉపయోగించడం	• గణిత భావనలను రాయడం, చదవగలగడం $3 + 4 = 7$ $3 \times 4 = 12$ 3/4 • గణిత వాక్యములను తయారు చేయుడం • గణిత భావనలను సొంత వాక్యములలో రాయడం • గణిత తార్కికతను వివరించడం • సంఖ్యల కూడిక మరియు తీసివేతలను వివరించడం	• గణితములోని వివిధ పరిక్రియలను అనుసంధానముచేయడం • నిత్యజీవిత సంఘటనలతో అనుసంధానం చేయడం • గటాల భావనలకు మధ్య అంతః సంబంధమును ఏర్పరచడం	• సంఖ్యారేఖ, దిమ్మ చిత్రములు, పట చిత్రములు, ద్విమితీయ, త్రియితీయ చిత్రాలను ప్రాతినిధ్య పరచడం • పట్టికలను, సంఖ్యారేఖ, పటములను నిర్మించడం మొదలగునవి

(C) తరగతి వారీగా విద్యాప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు

1వ తరగతి

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
జ్యామితీ ఆకారాలు - ఆకృతులు	• పైన - కింద, లోపల - బయట, పెద్ద - చిన్న, ఎక్కువ - తక్కువ, దూరం - దగ్గర, ఎక్కువలోతు - తక్కువలోతు, ముందు - తరువాత మొదలగు భావనలకు చెందిన పదజాల వినియోగం, వాటి మధ్య సంబంధాలను వృద్ధిపరచడం.	• పిల్లలు లక్షణాల ఆధారంగా ద్విమితీయ ఆకారాలను వేరుపరచగలుగుతారు. • ఆకారాలను పేర్చడం (అంచులు, ముఖాలు, మదలగునవి పరిశీలించేలా)	• పిల్లలు ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాలను పోలుస్తారు. (గణిత పదజాలం అవసరం లేకుండా) కారణాలు తెలుపుతారు. • ఆకారాలను పరిశీలించి ఏ వస్తువులు దొర్లుతాయి? ఏవి జారుతాయో? వివరించగలుగుతారు.	• వస్తువులను పరిశీలించి వాటి గురించి మాట్లాడగలుగుతారు. • కింద-పైన, లోపల - బయట, పెద్ద - చిన్న, ఎక్కువ - తక్కువ, దూరం-దగ్గర, ముందు-తరువాత మొదలగు పదజాలాన్ని అవసరమైన సందర్భాలలో వినియోగించగలుగుతారు.	• వివిధ ఆకారాలను అవగాహన చేసుకోవడంలో 3D-2D ఆకారాల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరుస్తారు.	• వివిధ 2D ఆకారాలను గీస్తారు. • ఇచ్చిన బొమ్మలోని వివిధ ఆకారాలను వివిధ రంగులతో చూపిస్తారు.
సంఖ్యలు	• సంఖ్యా భావనను వృద్ధిపరచడం. • 1-9 వరకు మరియు '0'తో కూడిన సంఖ్యలను లెక్కించడం, వీటితో కూడిన ప్రక్రియలను చేయడగలగడం. • 10-100 (పదులలో) వరకు సంఖ్యల పరిచయం.	• 1-9 వరకు మరియు 10-20 వరకు సంఖ్యలను, వస్తువులను ఉపయోంచి గ్రూపులలో లెక్కించడం ద్వారా తెలుసుకుంటారు. • వస్తువులను లెక్కించి వాటి సంఖ్య ఆధారంగా ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చగలుగుతారు.	• వస్తువులను లెక్కించడం ద్వారా 1-20 వరకకు సంఖ్యలను పోల్చగలుగుతారు. • సమాన సంఖ్యలో వస్తువులను గుర్తించగలుగుతారు. • సంఖ్యలను (1-20 వరకు) వస్తువులను	• 1-9 వరకు, 10-20 వరకు, 10-100 వరకు పదులలో మరియు 21-99 వరకు సంఖ్యలను చదవగలుగుతారు, రాయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యల ఆధారంగా తరువాత,	• సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో అమర్చేటప్పుడు ఒక సంఖ్య విలువను మరొక సంఖ్య విలువతో సంధానపరుస్తారు.	• 1-9 వరకు 10-20 వరకు, 21-99 వరకు మరియు 10-100 (పదులలో) వరకు గల సంఖ్యలను గోళీలు, గింజలు, రాళ్ళు, పూసలు మొదలగు వాటిని ఉపయోగించి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• 21-99 వరకు సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం. • 20 వరకు సంఖ్యలను కూడడం, తీసివేయడం.	• వస్తువులనుపయోగించి మొత్తం 9కి మించకుండా, భేదం 1కి తగ్గకుండా కూడిక, తీసివేత ప్రక్రియలు చేయగల్గుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యలో ఒకట్లను, పదులను లెక్కించగలుగుతారు. • 20 వరకుగల సంఖ్యలను (నిలువు వరుసలు, అడ్డువరుసల్లో) కూడగలుగుతారు. • 20 వరకు గల సంఖ్యలను 20కి మించకుండా (నిలువు మరియు అడ్డువరుసల్లో) తీసివేతలు చేయగలుగుతారు.	లెక్కించడం ద్వారా పోల్చి తగిన కారణాలు చెప్పగగుతారు. నిర్ధారణలు చేయగలుగుతారు. • సంఖ్యలను కూడడం ద్వారా వచ్చిన ఫలితాలను సరిచూడగలుగుతారు, తగిన కారణాలు చెప్పగలుగుతారు. • సంఖ్యల తీసివేతలలోని ఫలితాలను సరిచూడగలుగుతారు, తగిన కారణాలు చెప్పగలుగుతారు.	ముందు, మధ్య సంఖ్యలను చెప్పగలుగుతారు. • '1' కన్నా ముందు '0' అనే సంఖ్య ఉందని చెప్పగలుగుతారు. • "ఒకట్లు", "పదులు" పదజాలాన్ని పెంపొందించుకుంటారు. • +, - గుర్తులను ఉపయోగించగలుగుతారు మరియు కూడిక, తీసివేతల సందర్భాలను గణిత భాషలో రాయగలుగుతారు. అదే విధంగా గణిత భాషలో ఉన్న వాటిని సొంతమాటలలో చెప్పగలుగుతారు.	• కూడిక, తీసివేత భావనల అవగాహనలో సంఖ్యా భావనను సంధానపరుచుకుంటారు. • కూడిక, తీసివేత భావనలను నిజ జీవితంలో అవసరమైన సందర్భాలలో వినియోగించగలుగుతారు.	• బొమ్మల ద్వారా ఒకట్లు, పదుల సమూహాలను గీసి చూపగలుగుతారు. • సంఖ్యల కూడిక, తీసివేతలను పూసలు, పుల్లల కట్టలతో చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
నిత్యజీవితంలో గణితం	• ద్రవ్యం (కరెన్సీ నోట్లు మరియు నాణెములు)	• కరెన్సీనోట్లు, నాణాలను గుర్తించగలుగుతారు మరియు వాటి విలువను అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు. • ఇచ్చిన ద్రవ్యమునకు సమాన విలువ ఉండే విధంగా తక్కువ విలువలు కలిగిన నాణాలు, నోట్లు సమూహంగా అమర్చగలరు.	• కరెన్సీనోట్లు, నాణాల విలువల ఆధారంగా వాటిని పోల్చగలుగుతారు. వేరుచేయగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన కరెన్సీ నోటు, నాణాల విలువలను చెప్పగలుగుతారు. (5, 10, 20, 50 రూపాయల నోట్లు, 1, 2, 5, రూపాయిలు మరియు 50 పైసల నాణాలు)	• ద్రవ్యంను గురించిన అవగాహన మరియు వినియోగం నందు సంఖ్యాభావనను సంధానపరుచుకుంటారు.	• ఇచ్చిన ద్రవ్యం యొక్క విలువను కరెన్సీనోట్లు, నాణాల ద్వారా చూపగలుగుతారు.
క్షేత్రగణితం (కొలతలు)	• పొడవు, బరువు, పరిమాణం, సమయం	• పొడవుల ఆధారంగా ఇచ్చిన వస్తువులను వర్గీకరించగలుగుతారు. • చిన్న చిన్న పొడవులను (అప్రమాణ కొలతలు జాన, మూర, బెత్తలలో) కొలవగలుగుతారు. • రోజులోని వివిధ సమయాలను గుర్తించ గలుగుతారు. (ఉదయం, మధ్యాహ్నం, సాయంత్రం, రాత్రి)	• ఇచ్చిన వస్తువుల పొడవులను పోల్చగలుగుతారు, సరిచూడగలుగుతారు. • బరువులను పోల్చడం ద్వారా తేలికైన వస్తువులు, బరువైన వస్తువులను గుర్తించగలుగుతారు. • వస్తువుల / పాత్రల పరిమాణాలను పోల్చడం (ఎక్కువ, తక్కువ) చేయగలుగుతారు.	• వస్తువుల పొడవులు, బరువులు, పరిమాణాలను అంచనావేసి చెప్పగలుగుతారు. • 'ఉదయం', 'మధ్యాహ్నం', 'సాయంత్రం' మొదలగు పదజాలాన్ని ఉపయోగించి 'సమయం'ను చెప్పగలుగుతారు.	• పొడవు, బరువు పరిమాణం, సమయం భావనలను నిత్యజీవితంలో ఉపయోగించగలుగుతారు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
				• ఏయే సమయాలలో ఏయే పనులు చేస్తారో చెప్పగలుగుతారు. (ఉదయం, మధ్యాహ్నం, సాయంత్రం) • ఆయా సమయాలలో ఏమేమి చేయాలో చెప్పగలుగుతారు.		
దత్తాంశ నిర్వహణ	• సమాచార సేకరణ. • సమాచార నమోదు. • నిర్ణయాలు, విశ్లేషణలు చేయడం.	• పరిసరాల నుండి కావలసిన సమాచారాన్ని సేకరించి దాని ఆధారంగా తగిన నిర్ణయాలు రాయగలుగుతారు.	• సేకరించిన సమాచారాన్ని విశ్లేషించగలుగుతారు.	• సేకరించిన సమాచారం గురించి వివరించగలుగుతారు.		• సేకరించిన సమాచారాన్ని ఇచ్చిన స్థలంలో (పట్టికలో) నమెదు చేయగలుగుతారు.
అమరికలు	• పరిసరాలలోని వివిధ ఆకారాలలోని అమరికలు కనుగొనడం మరియు సంఖ్యలలోని అమరికలను కనుగొనడం (అవగాహన చేసుకోవడం)	• ఆకారాలలోని అమరికలను కనుగొనగలుగుతారు. అదే విధంగా సంఖ్యలలోని అమరికలను కనుగొనగలుగుతారు. • ఇచ్చిన అమరికలోని క్రమాలను పూర్తిచేయగలుగుతారు.	• అమరికలను గుర్తించి వాటిలోని క్రమాలకు తగిన కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన అమరికను గురించి వివరించగలుగుతారు.		

2వ తరగతి **విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు**

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
జ్యామితీ ఆకారాలు - ఆకృతులు	• 3D ఆకారాల ద్వారా 2D ఆకారాలపై అవగాహన. • 2D ఆకారాలను చుక్కల కాగితంపై గీయడం.	• ఇచ్చిన పటాలను / బొమ్మలను పరిశీలించి ఒకే విధమయిన ఆకారాలను ఒకే రంగు ద్వారా చూపుతూ ఆ ఆకారాలు ఎన్ని ఉన్నవో, లెక్కించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన ఆకారాలలో వేరుగా ఉన్నదానిని గుర్తించగలుగుతారు. కారణాలు తెలుపగలగుతారు. • ఇచ్చిన బొమ్మలో వివిధ ఆకారాలను గుర్తించగలుగుతారు. • పటములు / చిత్రములతో కూడి ఉన్న సామాన్య అమరికలలోని క్రమాలను గుర్తించగలుగుతారు మరియు కొనసాగించగలుగుతారు.	• పరిసరాలలోని వస్తువులను పరిశీలించి వాటిలోని 3D మరియు 2D ఆకారాల గురించి మాట్లాడగలుగుతారు.	• 2D ఆకారాల భావనలను పరిసరాలలోని వస్తువుల ఆకారాలలో సంధానపరచగలుగుతారు.	• చుక్కల కాగితం (Dot sheet) పై వివిధ ఆకారాలను గీయగలుగుతారు. • నిజజీవితంలో గమనించిన వస్తువులను జ్యామితీయ ఆకారాల ద్వారా చూపగలుగుతారు.
సంఖ్యలు	• 999 వరకు సంఖ్యలను చదవగలగడం, రాయగలగడం, విస్తరణ రూపంలో రాయగలగడం, ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయగలగడం, స్థాన విలువలు చెప్పగలగడం.	• ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యలలో స్థానవిలువలు, సహజ విలువలు చెప్పగలుగుతారు. • మూడంకెల సంఖ్యలను చదవగలుగుతారు, రాయగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఉపయోగించి మూడంకెల సంఖ్యలను రాయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని క్రమాలను అవగాహన చేసుకొని వాటిని పూర్తిచేయగలుగుతారు.	• మూడంకెల సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయగలుగుతారు మరియు అక్షరాలలోనున్న దానిని సంఖ్యా రూపంలో రాయగలుగుతారు.	• గుణకారంలో ఆవర్తన, సంకలనంను, భాగహారంలో ఆవర్తన వ్యవకలనం భావనలను సంధానం చేయగలుగుతారు.	• కరెన్సీ నోట్లు, నాణాలు పరిశీలించి వాటి విలువలను సరిపడు సంఖ్య ద్వారా చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• రెండంకెల సంఖ్యలను కూడగలగడం, తీసివేయగలగడం, (స్థాన మార్పిడితో ఉన్నవి.) • ఆవర్తన సంకలనం ద్వారా గుణకార భావన అవగాహన, ఆరవ్తన సంకలన విధానంలో 1–9 వరకు ఎక్కాలు రాయగలగడం, రెండంకెల సంఖ్యను ఒక అంకెచే గుణకారం చేయడం. • భాగహార భావనను అవగాహన చేసుకోవడం, '÷' గుర్తును గుర్తించగలగడం, వస్తువులను సమానంగా పంచగలగడం.	• ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యను విస్తరణ రూపంలోనూ – సూక్ష్మ రూపంలో రాయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయగలగుతారు. • రెండంకెల సంఖ్యల స్థాన మార్పిడి కూడికలు (విస్తరణ రూపం ద్వారా మరియు సూక్ష్మరూపం ద్వారా) చేయగలుగుతారు. • రెండంకెల సంఖ్యల స్థానమార్పిడితో ఉన్న తీసివేతలు (సమూహాలను విడగొట్టడం, తిరిగి ఏర్పరచడం ద్వారా) చేయగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మొత్తంను మరొక రెండు సంఖ్యల మొత్తంను పోల్చగలుగుతారు, వాటి మధ్య భేదమును గుర్తించగలుగుతారు. • రెండంకెల సంఖ్యల కూడికలు, తీసివేతలలోని ఫలితాలను అంచనావేయగలుగుతారు. సరిచూడగలుగుతారు. పై సమస్యా సాధనలో తప్పులను గుర్తించి దోషాలు సవరించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యలను పోల్చి వాటిని <, >, = గుర్తులను ఉపయోగించి రాయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సందర్భాలకు మరియు పదసమస్యలను +, –, ×, ÷ గుర్తులను ఉపయోగించి రాయగలుగుతారు. • కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగహారం సమస్యల సాధనలోని సోపానాలను వివరించగలుగుతారు. ఎక్కాలు ఎలా రూపొందిస్తున్నారో వివరిస్తారు.		• ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యలను కరెన్సీనోట్లు, నాణాలను ఉపయోగించి చూపగలుగుతారు. • కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగహారాలను సంఖ్యారేఖపై చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• సమాన సంఖ్యలో వస్తువులన్న సమూహాలను కూడడం (ఆవర్తన సంకలనం) ద్వారా గుణకారం చేయగలుగుతారు. 1-9 వరకు ఎక్కాలు రాయగలుగుతారు. రెండంకెల సంఖ్యను ఒక అంకె సంఖ్యచే గుణకారం చేయగలుగుతారు. • వస్తువులను సమానంగా పంచడం ద్వారా భాగహార సమస్యలు (రెండంకెల సంఖ్యను ఒక సంఖ్యచే భాగించడం) సాధించగలుగుతారు.				
నిత్యజీవితంలో గణితం	• కరెన్సీ నోట్లు, నాణేలను గుర్తించడం. • ₹50లకు మించకుండా ఇచ్చిన ద్రవ్యమునకు సరిపడా చిల్లరను (చిన్న విలువలుగల ద్రవ్యము) అమర్చగలగడం.	• కరెన్సీనోట్లు, నాణాలను గుర్తించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన కరెన్సీ నోట్లు, నాణేలను కలిపి మొత్తం విలువను రాయగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన ద్రవ్యమునకు సరిపడ చిల్లరను వివిధ పద్ధతుల్లో ఇవ్వగలగుతారు.		• కరెన్సీ విలువను చెప్పడంలో సంఖ్య భావనను సంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• ఇచ్చిన (చిన్న విలువలు గల ద్రవ్యము) 3 లేదా 4 కరెన్సీనోట్లు మరియు నాణేలను కూడగలగడం, తీసివేయగలగడం.					• వస్తువు ధరకు సరిపడ విలువగల కరెన్సీని ఇవ్వగలుగుతారు.
కొలతలు (పొడవు, బరువు, పరిమాణం)	• పొడవులు, దూరాలను అప్రామాణిక కొలతలను ఉపయోగించి కొలవగలగడం. • అప్రామాణిక కొలతలనుపయోగించడం ద్వారా వస్తువులను పోల్చగలగడం. • సామాన్య త్రాసును ఉపయోగించి వస్తువుల బరువులను కనుగొనడం ద్వారా ఆ వస్తువులను పోల్చగలగడం.	• పూలదండ పొడవు, బల్ల పొడవు, వెడల్పులు, గది పొడవు, వెడల్పులు అప్రామాణిక కొలతలు (మూర, జాన, బెత్త అడుగు) ఉపయోగించి కొలువగలుగుతారు.	• పొడవులను, బరువులను, పరిమాణంను అంచనావేయగలరు, పోల్చగలరు. • ఏ వస్తువు ఎక్కువ లేదా తక్కువ బరువు ఉంటుందో సహేతుక కారణాలతో అంచనావేయడం.		• బరువులు ఘనపరిమాణాల మధ్య సంబంధాలను అనుసంధిస్తారు.	• వస్తువు పరిమాణంలో యూనిట్ వస్తువుల చొప్పున దృశ్యీకరణం చేసి మొత్తం బరువును అంచనావేయాలి.
సమయం	• రోజులు, వారం, నెల, సంవత్సరంల గురించి తెలుసుకోవడం – అవగాహన.	• ఒక వారంలో ఎన్ని రోజులో, ఒక సంవత్సరానికి ఎన్ని నెలలో చెప్పగలుగుతారు.		• ఉదయం, మధ్యాహ్నం, సాయంత్రం ఏయే సమయాల్లో ఏమి చేస్తారో చెప్పగలుగుతారు.	• రోజువారీ జీవితంలో ఏ పనులు ఎక్కువ సమయం, పనులకు తక్కువ సమయం	• క్యాలండర్‌ను పరిశీలించి నెలలు, వారాలు గుర్తించి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• తేది / రోజులో సంభవించే సంఘటనల క్రమమును అవగాహన చేసుకోవడం.				పడుతుందో చెప్పగలుగుతారు. దీనిలో 'సమయం' భావనలను సంధానం చేయగలుగుతారు.	
దత్తాంశ నిర్వహణ	• సమాచారాన్ని సేకరించడం, నమోదుచేయడం, నిర్ధారణలు, విశ్లేషణలు చేయడం.	• పరిసరాల నుండి సమాచారాన్ని సేకరించి దాని ద్వారా నిర్ధారణలు చేయగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సమాచారాన్ని విశ్లేషించగలుగుతారు. కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• పట్టికలోని సమాచారాన్ని / సేకరించిన సమాచారాన్ని గురించి వివరించగలుగుతారు.		• ఇచ్చిన సమాచారాన్ని పట్టికలో నమోదుచేస్తారు.
అమరికలు	• ఆకారాలు మరియు సంఖ్యలలో ఉన్న అమరికలను పరిశీలించడం, కొనసాగించడం. • చేతివేళ్ళు, ఆకులు, కూరగాయలు మరియు క్రమ ఆకారాలలో నూతన అమరికలను రూపొందించగలగడం.		• ఆకారాలు మరియు సంఖ్యలలో ఉన్న అమరికల మధ్య సంబంధాలు ఏర్పరచగలుగుతారు. • అమరికలను తార్కిక ఆలోచనలో కొనసాగించగలుగుతారు.			

3వ తరగతి **విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు**

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
ఆకారాలు ఆకృతులు అమరికలు		• ఆకారాల ధర్మాలను బట్టి వస్తువులను వేరువేరుగా చేయుట. • వివిధ వైపుల నుండి వస్తువులను చూసి గుర్తించుట. • సాధారణ ద్విమితీయ ఆకారాలైన చతురస్రం, త్రిభుజం మరియు వృత్తంలను గుర్తించుట. • ఖాళీ లేకుండా నేలపై రాతి పలకలను పరిచే ఆకారాలను, ఖాళీ లేకుండా పరచలేని ఆకారాలని గుర్తించుట. • వృత్తాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘ చతురస్రాలు గీయడానికి వివిధ వస్తువులను గుర్తించుట.	• సాధారణ చిత్రాలు, బొమ్మల లోని జ్యామితీయ ఆకారాలు పరిశీలించి వివరించుట. • దీర్ఘ ఘనాకార వస్తువుల లోని వివిధ ఆకారాలను గమనించుట. దీర్ఘ ఘనాకారాలను గుర్తించుట. • నేలపై వృత్తాకార పలకలను, చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్ర, త్రిభుజాకార పలకలను పరచడంలోని బేధాలను గుర్తిస్తారు. • ఒక పూర్తి వస్తువులో రెండు సగాలు ఉన్నాయో లేదో గుర్తిస్తారు.			• గ్రిడ్ కాగితం పై ద్విమితీయ ఆకారాలను గీయగల్గుట. • ఒక వస్తువును రెండు సగములగా విభజించి అది రెండు సగముల మొత్తంగా చూపగల్గుట. • ఒక చిత్రం లో వివిధ జ్యామితీయ ఆకారాలు గుర్తించి వాటికి వివిధ రంగులను వేయుట.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యలు, చతుర్విధ ప్రక్రియలు (సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం)		• వందలు, పదులు, ఒకట్లు సమూహాలలో ఇచ్చిన సంఖ్యనుండి లెక్కించుట. • 999 వరకు సంఖ్యల క్రమాన్ని పూర్తి చేసి రాయుట. • చేర్చడం, కలపడం ప్రక్రియల ద్వారా రెండు సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనగొనుట. సమూహాలు చేసి, సమూహాలు చేయకుండా రెండు సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొనుట. (999 వరకు) • సంకలన, వ్యవకలనాలను అవగాహన చేసుకొని వాటిని వివరించుట. అడ్డంగా, నిలువుగా మూడంకెల సంఖ్యవరకు కూడి లేదా తీసివేసి చూపించుట. • రెండంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకె సంఖ్యతో గుణించ గలుగుట.	• 50 వరకు గల వస్తువులను సమూహాలలో అంచనా వేయగల్గుట. • 999 వరకు సంఖ్యలను వాటి స్థానవిలువల ఆధారంగా పోల్చుట. • ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయుట. • ఇచ్చిన అంకెలు పునరావృతం చేస్తూ, పునరావృతం కాకుండా అతిపెద్ద, అతిచిన్న రెండంకెల, మూడంకెల సంఖ్యలను రాయుట. • సంకలన, వ్యవకలన ప్రక్రియల సమస్యల ఫలితాలకు సరైన కారణం చెప్పగలుగుట. తర్కం చెప్పగలుగుట. • 50 వరకు సంకలన, వ్యవకలనాలను ఉపయోగించి	• 3 అంకెల సంఖ్యలను చదవగల్గుట మరియు రాయగల్గుట. • >, <, = గుర్తులను ఉపయోగించి 3 అంకెల సంఖ్యలను పోల్చుట. • దగ్గరి 10కి, దగ్గరి 100కి సంఖ్యలను సవరించుట.	• సంకలన, వ్యవకలన గుణాకార భావనలను నిత్యజీవితంలో వినియోగించుట. • 3 అంకెల సంఖ్యలను వినియోగిస్తాడు. (పాఠశాల విద్యార్థుల సంఖ్య, వస్తువుల కొనుగోలు, కూలీల కూలీ చెల్లింపు మొదలైన విషయాలలో)	• ఘనాలు, ఘనాల బ్లాక్ ద్వారా 999 వరకు సంఖ్యలను చూపడం.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• భాగహారానికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధించుట (భాజకము ఒక అంకె సంఖ్య మరియు శేషం లేకుండా)	సంఖ్యాక్రమాలను తయారు చేయుట. • సంకలన, వ్యవకలన గుణాకార సమస్యలలోని తప్పులను గుర్తించుట.			
నిత్య జీవితంలో గణితం (ద్రవ్యం, పొడవు బరువు, పరిమాణం, కాలం)		• కూడడం, తీసివేయడం, సమస్యలను సమూహాలు చేయకుండా రాయడం, చెప్పడం. • ధరల పట్టికలను, బిల్లులను తయారు చేయుట.			• ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం మరియు కాలానికి సంబంధించిన నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించగలుగుట.	
కొలతలు (పొడవు, బరువు పరిమాణము)		• పొడవు, బరువు మరియు పరిమాణాలను తగిన ప్రామాణిక కొలతలలో కొలవగలుగుట.	• టేబుల్, నల్లబల్ల మొ॥న వస్తువుల పొడవులను సెం.మీ.లలో మరియు వివిధ వస్తువుల బరువులను కి.గ్రా.లలో ద్రవాల పరిమాణాన్ని లీటర్లలో అంచనా వేయుట.	• పొడవు, బరువు మరియు పరిమాణాలకు ప్రామాణిక కొలతలు అవసరమని గుర్తించుట. • పొడవును సెం.మీ., బరువును కి.గ్రా. మరియు పరిమాణాన్ని లీటర్లలో తెలుపుట.		
దత్తాంశ నిర్వహణ		• పట్టిక రూపంలో తెలుపుటకు దత్తాంశాన్ని సేకరించును.		• దత్తాంశ ఫలితాన్ని వ్యాఖ్యానించును.		• పట్టిక రూపంలో, పట చిత్ర రూపంలో దత్తాంశాన్ని చూపించును.

4వ తరగతి **విద్యా ప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు**

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
జ్యామితీ ఆకారాలు – ఆకృతులు	• ఆకారాలు, ఆకృతులు మొదలగు వాటిపై అవగాహన.	• పిల్లలు పరిసరాలలోని వస్తువుల నుండి 3D (త్రిమితీయ) ఆకారాలను గుర్తించగలుగుతారు. • 3D ఆకారాలలో అంచులు, మూలలు, గుర్తించగలుగుతారు. • ప్రక్క నుండి చూడడం, పై నుండి ముందు నుండి చూడడం ద్వారా 3D వస్తువులను గుర్తించగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనం ఆకారంగల పెట్టెల వల రూపములను గుర్తించగలుగుతారు. • త్రిమితీయ (3D) వస్తువుల నుండి 2D (ద్విమితీయ) ఆకారాలను గుర్తించగలుగుతారు.	• ఏ వస్తువులు జారుతాయి? ఏవి దొర్లుతాయి? వీటి ఆధారంగా 3D ఆకారాలను వర్గీకరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన అమరికలలోని క్రమాలకు కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• త్రిమితీయ (3D) ఆకారాలుగల వస్తువుల లక్షణాలను వివరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన అమరికల గురించి వివరించగలుగుతారు. • త్రిమితీయ ఆకారాలుగల వస్తువులకు ఉదాహరణలు ఇవ్వగలుగుతారు. (ఉదా : దీర్ఘఘనం, ఘనం)		• తెలిసిన ద్విమితీయ ఆకారాల ద్వారా ఒక పటం / చిత్రం తయారుచేయగలుగుతారు. • చుక్కల కాగితంను ఉపయోగించి ఆకారాలను తయారుచేయగలరు. • పరావర్తిత కాగితంను కత్తిరించడం ద్వారా, కాగితమును మడవడం ద్వారా సౌష్టవరేఖలను చూపగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనంలకు వల రూపాలను గీయగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• ద్విమితీయ ఆకారాల చుట్టుకొలత భావనను అవగాహన పరుచుకొని సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.				
సంఖ్యలు	• 1000 వరకు సంఖ్యలు	• రెండంకెలు, మూడంకెలగల సంఖ్యలకు సంబంధించిన పద సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • రెండంకెలు, మూడంకెలుగల సంఖ్యలను స్థానవిలువలనుపయోగించి విస్తరించగలుగుతారు.	• రెండంకెలు, మూడంకెలు గల సంఖ్యలను పోల్చగలుగుతారు. కారణాలు చెప్పగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యలకు ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో అమర్చగలుగుతారు.	• రెండంకెలు, మూడంకెలు గల సంఖ్యలను చదవగలరు, రాయగలరు.		• రెండంకెలు, మూడంకెలు గల సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై చూపగలుగుతారు. • రెండంకెలు, మూడంకెలు గల సంఖ్యలను వస్తువుల ద్వారా, చిత్రముల ద్వారా కరెన్సీనోట్లు ద్వారా చూపగలుగుతారు.
	• కూడిక మరియు తీసివేత	• వివిధ చిత్రములలో / వివిధ సందర్భములలో / సంఖ్యా రూపంలో / రాతరూపంలో ఉన్నటువంటి 999 వరకు గల సంఖ్యల కూడిక, తీసివేత సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన (రెండంకెలు, మూడంకెలు గలవి) సంఖ్యలయొక్క మొత్తమును, భేదమును అంచనా వేయగలుగుతారు. కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• కూడిక, తీసివేతలకు సంబంధించిన సూచన సమస్యలను రూపొందించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన కూడిక, తీసివేతలకు సంబంధించిన	• కూడిక మరియు సంకలనం (రెండింటిలో)తో కూడిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సంఖ్యల కూడిక, తీసివేతలను సంఖ్యారేఖపై చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• కూడిక, తీసివేత సమస్యలు (నిలువు వరుసలు మరియు అడ్డువరుసలలో) వివిధ పద్ధతుల్లో సాధించగలుగుతారు.		సందర్భాలను గణిత భాషలో గుర్తులనుపయోగించి రాయగలుగగుతారు.		
	• గుణకారము	• ఒక అంకె మరియు రెండంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకె మరియు రెండంకెల సంఖ్యలచే గుణకారంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • గుణకార సమస్యలను (సాధారణపద్ధతి, విస్తరణ పద్ధతి ద్వారా) వివిధ పద్ధతులలో సాధించగలుగుతారు. • రెండంకెలు, మూడంకెల సంఖ్యలను 10చే 100చే గుణించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సంఖ్యల గుణకారం యొక్క ఫలితాలను అంచనా వేయగలుగుతారు మరియు కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సందర్భం / సమస్యను గణిత భాషలో గణిత గుర్తులు ఉపయోగించి రాయగలుగుతారు. • గుణకారంనకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలు రూపొందించగలుగుతారు.	• వివిధ భావనలు, ప్రక్రియలను ఉపయోగించి గుణకారంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• భాగహారం	• రెండంకెలు, మూడంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకె మరియు రెండంకెల సంఖ్యలచే భాగహారంనకు (శేషం గలవి, శేషం లేకుండా) చెందిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• భాగహార సమస్యల సాధనలో ఫలితాలను అంచనావేయగలుగుతారు మరియు సరిచూడగలుగుతారు. (సమస్య సాధించకుండానే)	• వివిధ సందర్భాలలో కూడిన భాగహారంకు సంబంధించిన వాటిని గణిత భాషలో రాయగలుగుతారు. • భాగహారంనకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలు (సమానంగా పంచడం, సమూహాలు చేయడం) రూపొందించగలుగుతారు. • భాగహారాన్ని విభాజ్యం, విభాజకం, శేషం, భాగఫలంలను వినియోగించి వివరించగలుగుతారు.	• భాగహారం మరియు గుణకారంనకు గల సంబంధాన్ని గుర్తించగలుగుతారు. • వివిధ భావనలు, ప్రక్రియలతో కూడిన భాగహార సమస్యలను (వివిధ సందర్భములలో కూడినవి) సాధించగలుగుతారు.	
	• భిన్న సంఖ్యలు	• ఒక పూర్ణ వస్తువులో సగం, పావు, ముప్పావులను గుర్తించగలుగుతారు. • $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$.... మొ॥న వివిధ భిన్న సంఖ్యలను గుర్తించగలుగుతారు.	• $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{3}{4}$ లను పోల్చగలుగుతారు మరియు కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• సగం, పావు, ముప్పావులను భిన్న సంఖ్యల రూపంలో రాయగలుగుతారు. • $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ లను వివరించగలుగుతారు.	• భిన్నము – భాగహారముల మధ్య సంబంధమును అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు.	• భిన్నాలు $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ లను చిత్రముల ద్వారా / పటముల ద్వారా చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• అమరికలు	• ఇచ్చిన సంఖ్యల అమరికలలోని క్రమాలు గుర్తించి వాటిని కొనసాగించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన అమరికలోని క్రమాన్ని గుర్తించి తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు. • అమరికలోని క్రమాన్ని సరిచూడగలుగుతారు.	• నూతన అమరికలను స్వంతంగా రూపొందించగలుగుతారు.		
నిత్యజీవితంలో గణితం	• నిత్య జీవితంలో (ద్రవ్యం, పొడవులు, బరువులు, పరిమాణం అందరాళములకు సంబంధించిన) వివిధ సందర్భాలలో గణిత వినియోగంపై అవగాహన.	• నిత్య జీవితంలోని (ద్ర్యవం, కొలతలకు సంబంధించిన) వివిధ సందర్భాలలో ఎదురయిన సమస్యలను గణిత భావనలనుపయోగించి సాధించగలుగుతారు.	• నిజ జీవిత సమస్యల ఫలితాలను అంచనావేయగలుగుతారు మరియు తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు.	• నిత్యజీవితంలో వివిధ సందర్భాలలో, వివిధ భావనలకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలను రూపొందించగలుగుతారు.	• వివిధ గణిత భావనలను ఉపయోగించుకొని వివిధ పద్ధతుల్లో నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించగలుగుతారు. (రెండు కంటే ఎక్కువ భావనలు, బహుళ సోపానాలు సాధనలో వినియోగించడం)	
కొలతలు	• పొడవు	• వివిధ సంర్భాలలో పొడవులకు సంబంధించిన సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధించగలుగుతారు.	• వస్తువుల పొడవులను అంచనావేయడం మరియు రెండు ప్రదేశాలు / స్థానాల మధ్య దూరాలను అంచనావేయగలుగుతారు.	• వస్తువుల పొడవులు, దూరాలను సెం.మీ., మీటర్లుగా వివిధ ప్రమాణాలలో తెలుపగలుగుతారు.	• పొడవులకు సంబంధించి వివిధ గణిత భావనలు (+, −, ×, ÷) మొదలగు వాటితో కూడిన నిజ జీవిత	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
				• పొడవులను మీటర్ల నుండి సెం.మీ. మరియు సెం.మీ. నుండి మీటర్లకు మార్చిరాయగలుగుతారు. • పొడవులకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలను తయారుచేయగలుగుతారు.	సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	
	• బరువులు	• బరువులు (kg - gm) సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	• వస్తువుల బరువులను అంచనా వేయగలుగుతారు. వాటి బరువును త్రాసును ఉపయోగించి కనొగొని సరిచూడగలుగుతారు. • Kg & gram ల మధ్యనగల సంబంధాన్ని గుర్తిస్తారు.	• బరువు ప్రమాణాలను kg నుండి grams & grams నుండి kg లలోకి మార్చి రాయగలుగుతారు. • తూకపు రాళ్ళ వినియోగాన్ని ప్రశంసిస్తారు. • బరువులకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలను తయారుచేయగలుగుతారు.	• బరువులకు సంబంధించిన వివిధ గణిత భావనలు (+, −, ×, ÷) తో కూడిన నిజజీవిత సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	
	• పరిమాణం	• "లీటరు", "మిల్లీలీటరు" ఉపయోగించి పరిమాణంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన పాత్ర / కంటైనర్ యొక్క పరిమాణాన్ని అంచనావేయగలుగుతారు. కొలిచి సరిచూడగలుగుతారు.	• "లీటర్లు", "మిల్లీలీటర్లు" పదజాలాన్ని వినియోగించగలరు. • లీటర్ల నుండి మిల్లీలీటర్లు మరియు మిల్లీలీటర్ల	• వివిధ భావనలు (+, −, ×, ÷) వివిధ ప్రక్రియలతో కూడిన సమయానికి సంబంధించిన	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			• 'లీటరు', 'మిల్లీలీటరు' మధ్య సంబంధమును గుర్తించగలుగుతారు.	నుండి లీటర్లలోకి పరిమాణాన్ని మార్చి రాయగలుగుతారు. • పరిమాణమునకు సంబంధించిన నూతన సమస్యలను తయారు చేయగలుగుతారు.	సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	
	• సమయం	• "సమయం"నకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన రోజుకు క్యాలండర్‌లో తేదీని గుర్తించగలుగుతారు.	• గంటలు, నిముషాల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు. • గడియారంలో ఇవ్వబడిన సమయాన్ని సరిగ్గా తెలిపి తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు. • "సంవత్సరం" మరియు లీపు సంవత్సరమును అవగాహనతో వర్గీకరించలుగుతారు.	• మూడంకెల సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయగలుగుతారు మరియు అక్షరాలలోనున్న దానిని సంఖ్యా రూపంలో రాయగలుగుతారు.	• గుణకారంలో ఆవర్తన, సంకలనంను, భాగహారంలో ఆవర్తన వ్యవకలనం భావనలను సంధానం చేయగలుగుతారు.	• కరెన్సీ నోట్లు, నాణాలు పరిశీలించి వాటి విలువలను సరిపడు సంఖ్య ద్వారా చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
దత్తాంశ నిర్వహణ	• సమాచారసేకరణ నమోదు, నిర్వహణ (టాలీమార్కులతో) • కమ్మీచిత్రాలను చదవడం, పట చిత్రం (Pictograph) లను చదవడం.	• సేకరించిన ముడి సమాచారాన్ని వర్గీకరించి నిర్వహించగలుగుతారు. (వర్గీకరణ దత్తాంశంగా రాయగలుగుతారు.) • దత్తాంశమును విశ్లేషించి నిర్ణయాలు చేయగలుగుతారు మరియు వాటికి సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• దత్తాంశమును విశ్లేషించగలుగుతారు.	• దత్తాంశం నుండి అవసరమైన సమాచారాన్ని వివరించగలుగుతారు.	• పట చిత్రములను నిత్యజీవితంలో వినియోగించుకో–గలుగుతారు.	• టాలీ మార్కులను ఉపయోగించి సమాచారాన్ని పట్టికలో చూపగలుగుతారు. • పట్టిక రూపంలోనున్న దత్తాంశాన్ని చదవగలుగుతారు. • కమ్మీ చిత్రాలను, పట చిత్రాలను చదవగలుగుతారు.

5వ తరగతి

విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
జ్యామితి	• ఆకారాలు, ఆకృతులు, అవగాహన.	• పిల్లలు దీర్ఘఘనం, ఘనంల యొక్క వలరూపాలను గుర్తించగలరు. • వస్తువులను వివిధ వైపుల నుండి చూసినప్పుడు ఎలా ఉంటాయో గుర్తించి, గీయగలరు. • 3D ఆకారంగల వస్తువులలోని 2D ఆకారాలకు రేఖీయ సౌష్టవతను గుంర్తించగలుగుతారు. సౌష్టవరేఖలు గీయగలుగుతారు. • క్రమ ఆకారాల చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలను కనుగొనగలుగుతారు. • లంబకోణం మరియు లంబకోణం కన్నా తక్కువ (అల్పకోణాలు) కోణాలు గుర్తించగలరు, గీయగలుగుతారు.	• టాన్ గ్రామ్‌లోని ఆకారాలనుపయోగించి వివిధ ఆకారాలను, వివిధ అమరికలను రూపొందించగలుగుతారు. • 2D ఆకారాలను త్రిప్పినప్పుడు ఎలా ఆకారాలు మారుతాయి? వాటి ప్రతిబింబాలను తెలుపగలుగుతారు. • ఇచ్చిన ఆకారాల యొక్క చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలను అంచనావేయగలుగుతారు.	• వృత్తం యొక్క కేంద్రం మరియు వ్యాసార్థములను గుర్తించి వాటి గురించి వివరించగలుగుతారు. • 2D ఆకారాల వైశాల్యం చుట్టుకొలతల గురించి వివరించగలుగుతారు.	• 2D మరియు 3D ఆకారాల భావనలను ఉపయోగించి floor maps, roots / road map లు గీయడంలో ఉపయోగించుకోగలుగుతారు.	• చుక్కల కాగితంపై ఆకారాలను గీసి చూపగలరు. • floor mapలో బిందువు, రేఖలు, శీర్షాలు, కిరణాలు మొదలగు వాటిని ఉపయోగించి అడిగిన వాటి ప్రదేశములను గీసి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యలు	• సంఖ్యాభావన • కూడిక • వ్యవకలనం • గుణకారం • భాగహారం	• స్థాన విలువలను ఉపయోగించి ఇచ్చిన సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయగలుగుతారు. • 99999 వరకుగల సంఖ్యలతో ఉన్న కూడిక, తీసివేతలకు సంబంధించిన పద సమస్యలను సాధించగలుగుతారు. • మూడంకెల సంఖ్యలను రెండంకెల సంఖ్యలచే సాధారణపద్ధతి మరియు విస్తరణ పద్ధతిలో గుణకారం చేయగలుగుతారు. • రెండంకెల సంఖ్యలను రెండంకెల సంఖ్యలచే, మూడంకెల సంఖ్యలను రెండంకెల సంఖ్యలచే భాగహారం (శేషం గలవి) చేయగలుగుతారు.	• 99999 వరకు (ఐదు అంకెల) సంఖ్యలు లోల్చగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యలలో వివిధ ఐదు అంకెల సంఖ్యలను ఏర్పరచగలుగుతారు. • మూడు అంకెల, నాలుగు అంకెల సంఖ్యల మొత్తము మరియు భేదములను అంచనా వేయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యను 10, 100 మరియు 1000చే గుణించగా వచ్చు లబ్ధములను మౌఖికంగా, రాతపూర్వకంగా తెలుపగలుగుతారు. • మూడు అంకెల సంఖ్యలను ఒక అంకె సంఖ్యలో మరియు రెండంకెల సంఖ్యలతో గుణించగా వచ్చు	• చతుర్విధ ప్రక్రియలకు సంబంధించిన నూతన పద సమస్యలను రూపొందించగలుగుతారు.	• రెండంకెలు మరియు మూడంకెల సంఖ్యల యొక్క గుణకారం మరియు భాగహారం మధ్యగల సంబంధమును తెలుపగలుగుతారు. వివిధ సందర్భాలలో వినియోగించ గలుగుతారు. • కొలతలతో సామాన్య భిన్నముల భావనలను వినియోగించ గలుగుతారు.	• సామాన్య భిన్నములను సంఖ్యారేఖపై చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• ఇచ్చినవాటిలో సరి, బేసి సంఖ్యలను గుర్తించగలుగుతారు. • సజాతీయ భిన్నాల కూడిక, తీసివేతలు చేయగలుగుతారు.	లబ్ధాలను అంచనా వేయగలుగుతారు. • 2, 5, 10 ల భాజనీయతా నియమాలు తెలుపగలుగుతారు. • ఇచ్చిన భాగహారంలో భాగఫలమును అంచనా వేయగలుగుతారు.		పడుతుందో చెప్పగలుగుతారు. దీనిలో 'సమయం' భావనలను సంధానం చేయగలుగుతారు.	
నిత్య జీవితంలో గణితం	• రోజు వారీ జీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలు – పరిష్కారంపై అవగాహన.	• నిత్య జీవితంలోని సమస్యలను పద్ధతి ప్రకారం సాధించగలుగుతారు.	• నిత్య జీవితంలోని సమస్యలను సాధించే పద్ధతిని వివరించగలుగుతారు.	• మూడంకెల సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయగలుగుతారు మరియు అక్షరాలలోనున్న దానిని సంఖ్యా రూపంలో రాయగలుగుతారు.	• నిత్య జీవితంలోని వివిధ సందర్భాలలోని సమస్యలను (రెండు కంటే ఎక్కువ భావనలు, ఎక్కువ ప్రక్రియలు, ఎక్కువ సోపానాలు గలవి) సాధించగలుగుతారు.	
కొలతలు	• పొడవులు • బరువులు • పరిమాణం	• పొడవు, బరువు, పరిమాణంనకు సంబంధించిన చతుర్విధ ప్రక్రియలనుపయోగించి సాధించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన వస్తువు / పాత్ర యొక్క పొడవు, బరువు, పరిమాణంలను అంచనావేయగలుగుతారు.	• పొడవులు, బరువులు, పరిమాణాలను పెద్ద ప్రమాణాల్లో మరియు చిన్న ప్రమాణాల్లో చెప్పగలుగుతారు.	• ఆకారం / స్థలం యొక్క చుట్టుకొలతను (పొడవుల ఆధారంగా) కనుగొనగలుగుతారు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• వైశాల్యము భావన అవగాహన చేసుకొని సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.		• భిన్న సంఖ్యలనుపయోగించి పెద్ద ప్రమాణాలను అతి చిన్న ప్రమాణాలలోకి మార్చగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన పరిమాణాలు, పొడవు, బరువులకు భిన్నాలను సమస్యలు సాధించుటలో ఉపయోగించ గలుగుతారు.	
సమయం	• సమయం	• ఇచ్చిన రోజుల మధ్యన గల తేదీలను తెలుపగలుగుతారు. • కూడిక, తీసివేతలను ఉపయోగించి వివిధ సందర్భాలు / సంఘటనలలోని సమయంనకు చెందిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.		• గంటలను నిముషాలు మరియు సెకనులలోకి మార్చగలుగుతారు. • సమయాన్ని AM మరియు PM ఉపయోగించి తెలుపగలుగుతారు.		
దత్తాంశ నిర్వహణ	• పటచిత్రాలు, గ్రూపుల ద్వారా దత్తాంశాన్ని చదవగలగాలి.	• పట్టికలలోని ఇచ్చిన సమాచారం ద్వారా కావలసిన నిర్ణయాలు చేయగలుగుతారు. (interpretation)	• పట్టికలలోని ఇచ్చిన సమాచారాన్ని విశ్లేషించగలుగుతారు.			• పటచిత్రాలను రూపొందించడంలో స్కేలు ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొని ఇచ్చిన సమాచారాన్ని పటచిత్రంలో చూపగలుగుతారు. • కమ్మీ చిత్రాలనుండి దత్తాంశాన్ని చదవగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
						• ఇచ్చిన సమాచారాన్ని Tally marks ఉపయోగించి (దత్తాంశ నిర్వహణద్వారా) పట్టికలో చూపగలుగుతారు.
అమరికలు	• సాధారణ అమరికల అవగాహన	• సౌష్టవ చిత్రాలు / సౌష్టవ పటాలు మరియు వాటికి సౌష్టవ అక్షాలు గీయగలుగుతారు.	• చతురస్రాకార మరియు త్రిభుజాకార సంఖ్యల అమరికలలోని క్రమాలను గుర్తించగలుగుతారు. • గుణాకారం మరియు భాగహారంలలోని అమరికలను గుర్తించగలుగుతారు. • నేలపలకలను (failing), ఆకారాల అంచులు / చుట్టూ పట్టీలు (border strip) ఉపయోగించి నూతన అమరికలను తయారుచేయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన చిత్రం/పటంలోని అమరికను గుర్తించి అందులోని ప్రబీపమాణ పలక / పటం (unit title/ map)ను గుర్తించగలుగుతారు.			

6. గణిత సిలబస్ - ఎలిమెంటరీ స్థాయి / సెకండరీ స్థాయి విద్యార్థుల సాధన ప్రమాణాలు

(A) సిలబస్ 6 నుండి 10 తరగతులు

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
సంఖ్యా వ్యవస్థ (60 గంటలు) **(i) సంఖ్యల పరిచయం** • 99,999 వరకు సంఖ్యల స్వభావాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట. సంఖ్యలను అంచనా వేయటం. సంఖ్యలను పోల్చటం. స్థానవిలువలు – పునశ్చరణ, విస్తరణ. సంయోజకాలు, సంజ్ఞల వినియోగం (=, <,>) • చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు. (గరిష్ఠంగా 6–అంకెల సంఖ్యలు వచ్చే వరకు). పొడవు, బరువుల ప్రమాణాల మార్పిడి. • చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని సమాధానాలను అంచనా వేయడం. (పద సమస్యల ద్వారా) • పెద్ద సంఖ్యల పరిచయం. (అ) ఒక లక్ష మరియు పది లక్షలు వరకు (ఆ) ఒక కోటి మరియు పది కోట్ల వరకు • అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానము (మిలియన్‌లు ....)	**సంఖ్యా వ్యవస్థ (60 గంటలు)** **(i) పూర్ణ సంఖ్యలు** • మన సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం. అమరికలు, క్రమాల ద్వారా పూర్ణ సంఖ్యల గుణకార, భాగాహారాలు • పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలు, • సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర ధర్మాలు, విభాగన్యాయం – సంకలన, గుణకార తత్సమాంశాలు, విలోమము. (పైవన్నీ అమరికలు, క్రమాలు మరియు పూర్ణాంకాల ఉదాహరణల ద్వారా). సంఖ్య ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచటం. ప్రత్యుదాహరణలు (ఉదా : వ్యవకలనం వినిమయం కాదు)	**సంఖ్యా వ్యవస్థ (50 గంటలు)** **(i) అకరణీయ సంఖ్యలు** • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలు (సర్వసమీకరణములు). • ధర్మాలను వర్ణించడానికి వీలుగా సాధారణ రూపము. ధర్మాలను ప్రశంసించటం. • సంఖ్యా రేఖపై అకరణీయ సంఖ్యలను సూచించటం. • పూర్ణాంకాలలో మాదిరిగా కాకుండా అకరణీయ సంఖ్యలలో ఏవవైనా రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య మరిచిన అకరణీయ సంఖ్య ఉంటుందని ఇంకా ఇవే రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య చాలా చాలా అకరణీయ సంఖ్యలు ఉంటాయని గుర్తింప చేయటం.	**సంఖ్యా వ్యవస్థ (10 గంటలు)** **(i) వాస్తవ సంఖ్యలు** • సంఖ్యారేఖపై సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణసంఖ్యలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలను సూచించుట – పునర్విమర్శ. • అంతకాని ఆవర్తిత దశాంశాలు, అంతమయ్యే దశాంశాలను సంఖ్యారేఖపై క్రమానుగత వర్ధనం పద్ధతిలో సూచించుట. • అంతమయ్యే ఆవర్తితమయ్యే దశాంశాలుగా అకరణీయ సంఖ్యలు. • $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ విలువలను ఆరుదశాంశాల వరకు భాగహార పద్ధతిలో కనుగొనుట. • అంతంకాని ఆవర్తితంకాని దశాంశాలు.	**సంఖ్యా మానము** **(i) వాస్తవ సంఖ్యలు (15 పీరియడ్లు)** • అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యల వివరణ. • ప్రాథమిక అంకగణిత సిద్ధాంతము. • $\sqrt{2},\sqrt{3}$ .... వంటి కరణీయ సంఖ్యల నిరూపణ మరియు అకరణీయ సంఖ్యలను ఆవర్తిత, అనావర్తిత దశాంశ భిన్నములుగా విస్తరించడము. • వాస్తవ సంఖ్యల ధర్మాలు. • సంవర్గమానాల పరిచయం. • ఘాత రూపంలోనున్న సంఖ్యలను సంవర్గమానములోనికి మార్చడం. • సంవర్గమానాల ధర్మాలు $\log_a a = 1$; $\log_a 1 = 0$ • సంవర్గమాన న్యాయాలు $\log xy = \log x + \log y$; $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$; $\log x^n = n \log x$ • సంవర్గమానముల ప్రామాణిక

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
(ii) పూర్ణాంకాలు • సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు. • సంఖ్యల ధర్మాలు (సంవృత, స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు, సంకలన తత్సమాంశము, గుణకార తత్సమాంశము). • సంఖ్యారేఖ : సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం. • చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని ధర్మాల వినియోగం. **(iii) సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం** • 2,3,5,6,9 మరియు 10ల భాజనీయతా సూత్రాలను క్రోడీకరించటం. • క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా 4, 8 మరియు 11ల భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొనటం. • గుణిజాలు, కారణాంకాలు. సరి, బేసి సంఖ్యలు. ప్రధాన, సంయుక్త సంఖ్యలు. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు. • ప్రధాన కారణాంక విభజన. ఒకటి కన్నా పెద్దదైన ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయటం.	• పూర్ణ సంఖ్యల చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు **(ii) భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు** • భిన్నాల పోలిక • భిన్నాల గుణకారం • Of (రాశిలో) ప్రక్రియలో భిన్నం. • ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమము మరియు దాని ఉపయోగం • భిన్నాల భాగాహారం • మిశ్రమ భిన్నాలపై పదసమస్యలు (నిత్య జీవిత ఉదాహరణలు) • అకరణీయ సంఖ్యల పరిచయం (సంఖ్యారేఖపై సూచించడం) • భిన్నానికి, అకరణీయ సంఖ్యకు గల తేడా • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించడం • అకరణీయ సంఖ్యలపై పద సమస్యలు (చతుర్విధ ప్రక్రియలపై)	• అకరణీయ సంఖ్యలను, దశాంశ సంఖ్యలుగా సూచించటం, అదేవిధంగా దశాంశ సంఖ్యలకు అకరణీయ సంఖ్యలుగా సూచించడం (హారాలు 10, 100, ... కాకుండా) • అకరణీయ సంఖ్యలను వివిధ పరిక్రియల దృష్ట్యా ధర్మాలు. • అకరణీయ సంఖ్యలపై చతుర్విధ పరిక్రియలలో పద సమస్యలు. **(ii) వర్గమూలాలు, ఘనమూలాలు** • వర్గ సంఖ్యలు, వర్గమూలాలు. • కారణాంక పద్ధతిన, భాగహార పద్ధతిన వర్గమూలాలను కనుగొనుట. • పైథగోరియక్ త్రికాలు, పైథాగరస్ సిద్ధాంతమును సరిచూచుట. • ఘనసంఖ్యలు, ఘనమూలాలు (3 అంకెలుగల సంఖ్యలకు కారణాంక పద్ధతి మాత్రమే.)	ఉదా: 1.01011011101111— 1.12112111211112— మరియు , , మొదలగునవి. • కరణీయసంఖ్యలు , లను సంఖ్యారేఖపై సూచించుట. • పైథాగరస్ సిద్ధాంతము ప్రకారం వాస్తవ సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై సూచించుట. • కరణి భావన. • ఏకపదకరణి, ద్విపదకరణులను అకరణీయంచేయుట.	రూపము మరియు ఉపయోగములు. **(ii) సమితులు (8 పీరియడ్లు)** • సమితులు మరియు వాటి ప్రాతినిధ్యము : శూన్యసమితులు, ఉపసమితులు, వాస్తవ సంఖ్యల యొక్క ఉపసమితులు, విశ్వసమితి మరియు సమితులలోని మూలకాల సంఖ్య. • వెన్ చిత్రములు : సమితుల సమ్మేళనము మరియు ఛేదనం. సమితుల భేదం, సమితుల పూరకం. వియుక్త సమితులు.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
• గ.సా.భా మరియు క.సా.గు. కారణాంక విభజన పద్ధతి, భాగాహార పద్ధతి. • ధర్మం : రెండు సంఖ్యల లబ్దము = వాటి క.సా.గు. × గ.సా.భా. • పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. **(iv) పూర్ణ సంఖ్యలు** • ఋణ సంఖ్యల ఆవశ్యకత. ఋణ సంఖ్యల నమూనాలు. ఋణ సంఖ్యలకు నిత్య జీవిత అవసరాలకు గల సంబంధం. • ఋణ సంఖ్యల క్రమానుగతం. సంఖ్య రేఖాపై ఋణ సంఖ్యలను గుర్తించటం. సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం. నూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం. • పూర్ణ సంఖ్యల నిర్వచనాన్ని అవగాహన చేసుకొనటం. సంఖ్యా రేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించటం. • పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకనాలు. సంఖ్యా రేఖపై ఈ ప్రక్రియలను సూచించటం. ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యలకు కలిపితే వాటి విలువ తగ్గుతుందని అవగాహన చేసుకొనటం. • పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చటం, క్రమంలో ఉంచటం.	• దశాంశ భిన్నాల గుణకార, భాగాహారాలు • ప్రమాణాల మార్పిడి (మితి, ద్రవ్యరాశి) • పదసమస్యలు (అన్ని ప్రక్రియలు)	• వర్గమూలాలను, ఘనమూలాలను అంచనావేయుటం. కావలసిన సంఖ్యకు అతి సమీపంగా అంచనావేసే విధానాన్ని నేర్పించడం. • బ్రాకెట్ల వినియోగం. • BODMAS నియమం అనుసరించి సంఖ్యాసమాసాలను సూక్ష్మీకరించుట. **(iii) సంఖ్యలతో ఆడుకుందాం!** • రెండంకెలు, మూడు అంకెలు గల సంఖ్యలను వికృత రూపంలో అనగా (100a + 10b + c) (a, b, c లు ఏవైనా అంకెలు) రూపంలో రాయటం, అర్థం చేసుకోవటం, వీనికి సంబంధించిన ప్రహేళికలు. (చతుర్విధ ప్రక్రియలలో, సంఖ్యలలో ఒకటి లేదా రెండంకెల బదులు అక్షరాలు ఇచ్చి వారి విలువను కనుగొనమని అడగటం) మొదలైనవి.		

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
(v) భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు • భిన్నం అంటే ఏమిటో పునర్విమర్శ చేయటం. భిన్నాన్ని మొత్తంలో కొంత భాగంగా చెప్పటం • సంఖ్యారేఖపై పట సహాయంతో భిన్నాలను సూచించటం • భిన్నాన్ని ఒక భాగాహారంగా చెప్పటం. క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ భిన్నాలు • సమాన భిన్నాలు. సజాతి, విజాతి భిన్నాలు. భిన్నాలను పోల్చడం • భిన్నాల సంకలన, వ్యవకనాలు • పద సమస్యలు (క్లిష్ట మరియు పెద్ద గణనలు లేకుండా) • సామీప్యత పరిమాణాన్ని అంచనా వేయడం (¼, ¾.....) • దశాంశ భిన్నాల భావన పునర్విమర్శ • దశాంశ భిన్నాలలో స్థాన విలువలు • దశాంశ భిన్నాలు, సామాన్య భిన్నాల పరస్పర మార్పిడి (ఆవృత దశాంశాలు తప్ప) • దశాంశాలపై సంకలన, వ్యవకలనాలతో పద సమస్యలు (రెండు ప్రక్రియలపై) (ద్రవ్య, భార, దైర్ఘ్యలపై సమస్యలు)		• సంఖ్యలలో ప్రహేళికలు మరియు ఆటలు - ప్రహేళికలను సాధించడం, వానిని తయారుచేయడం. • రెండు లేదా మూడు అంకెల సఖ్యలకు సంబంధించి 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 మరియు 11ల భాజనీయతా సూత్రాలు, వీనిలోని తర్కము మరియు శాస్త్రీయతను అర్థం చేసుకోవటము.		

an;n∈ z

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
బీజ గణితం (15 గంటలు) **బీజ గణిత పరిచయం** • సంఖ్యా క్రమాలు, పద సమస్యలు మరియు సాధారాణీకరణల ద్వారా బీజాల (చరరాశుల) పరిచయం. (ఉదా : 5×1=5 మొ॥నవి). • తగినన్ని ఉదాహరణలతో అమరికలు క్రమాలు తయారు చేయడం. • ఉదాహరణల ద్వారా అవ్యక్తరాశుల పరిచయం (ఒకే ఒక ప్రక్రియతో కూడినట్టివి) • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలు (2n, 2n+1). • యత్నదోష పద్ధతి ద్వారా సమీకరణాల సాధన	**బీజ గణితం (20 గంటలు)** **ఘాతాలు – ఘాతాంకాలు పరిచయం** • a^x లో x నిర్వచనం (అయిన) ఘాతాంక న్యాయాలు. అమరికలు, క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా సాధారణీకరించడం ఘాతాంక న్యాయాలు. అయినప్పుడు (i) $a^m . a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m/a^n = a^{m-n}$ (m-n) N (iv) $a^m.b^m = (ab)^m$ (v) సున్న ఘాతాంకం గల సంఖ్యలు; దశాంశ సంఖ్యలు ఘాత రూపంలో; పెద్ద సంఖ్యల శాస్త్రీయ రూపం. **బీజీయ సమాసాలు** • పరిచయం, సామాన్య బీజీయ సమాసాల తయారీ (ఒకటి లేదా రెండు చరరాశులలో) • స్థిరపదము, గుణకము, ఘాతాంకాలను గుర్తించటం • సజాతి, విజాతి పదాలు పదాల పరిమాణము (ఉదా : x^2y మొ॥నవి. ఘాతము ≤ 3; చరరాశుల సంఖ్య ≤ 2)	**బీజ గణితం (20 గంటలు)** **(i) ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలు (సామాన్య సమీకరణాలు)** • గుణకార, భాగాహార పరిక్రియలో కూడిన సామాన్య సమీకరణాల సాధన. • వివిధ సందర్భాలలో సామాన్య సమీకరణాల వినియోగము. • పద సమస్యలు. **(ii) ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలు** • ఘాతాలు మరియు ఘాతాంకాలు. • ఘాతాంకాలుగా పూర్ణ సంఖ్యలు. • ఘాతాంకాల ధర్మాలు. **(iii) బీజీయ సమాసాలు** • పూర్ణ సంఖ్యలు గుణకాలుగా గల బీజీయ సమాసాల గుణకారము. • సాధారణంగా చేసే అప్పులు (ఉదా॥ $2+x \neq 2x$, $7x+y \neq 7xy$) • $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$సర్వ సమీకరణాలు.	**బీజగణితం (20 గంటలు)** **(i) బహుపదులు మరియు కారణాంక విభజన** • ఏకచలరాశిలో బహుపది నిర్వచనం, బహుపది గుణకాలు, ఉదాహరణలు మరియు ప్రత్యుదాహరణలు, పదాలు, శూన్య బహుపది. • స్థిరసంఖ్య లేదా స్థిరాంకం, రేఖీయ, వర్గ, ఘన బహుపదులు, ఏకపదులు, ద్విపదులు, త్రిపదులు. బహుపది మూలాలు మరియు శూన్యవిలువలు మరియు బహుపది సమీకరణం. • శేష సిద్ధాంతం నిర్వచనం, ఉన్ముకీకరణం, ఉదాహరణలతో వివరణ, ధన పూర్ణ సంఖ్యల అమరికలలోని సామ్యములతో శేషసిద్ధాంతం వివరించుట. • కారణాంక సిద్ధాంత నిర్వచనం మరియు సరిచూచుట.కారణాంక సిద్ధాంతం a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలుగా ఉన్న బహుపది $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ మరియు ఘన బహుపదుల కారణాంకవిభజన. • బీజీయ సర్వసమీకరణాల పునరావలోకనం . • మరిన్ని సర్వసమీకరణాలు: $(x + y + z)^2 \equiv x^2 + y^2 + x^2 + 2xy + 2yz + 2zx$	**బీజగణితము** **(i) బహుపదులు (8 పీరియడ్లు)** • బహుపదుల శూన్యవిలువ. • వర్గబహుపది ఘనబహుపది యొక్క శూన్యవిలువకు రేఖాగణిత సాధన – గ్రాఫునుపయోగించి. • బహుపదుల యొక్క గుణకములు మరియు శూన్యవిలువల మధ్య సంబంధం. • బహుపదుల యొక్క విభాగన్యాయముపై జ్ఞానమునకు సంబంధించిన సులభమైన సమస్యలు. **(ii) రెండు చరరాశులలో యున్న ఏకఘాత సమీకరణముల జత** • రెండు చరరాశులలో యున్న రేఖీయ సమీకరణముల జత. వాటి సాధన విధానములకు బహుముఖముగా రేఖాగణిత ప్రాతినిధ్యం. • సమస్యాసాధనల సంఖ్యకు బీజగణిత నియమాలు. • రేఖీయ సమీకరణముల జతకు సాధనలు – ప్రతిక్షేపణ, ఎలిమినేషన్, అడ్డ గుణకారము. • రేఖీయ సమీకరణములుగా సమీకరణముల అన్వయం.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
	• బీజీయ సమాసాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం (గుణకాలు కేవలం పూర్ణసంఖ్యలే) **సామాన్య సమీకరణాలు** • సామాన్య రేఖీయ సమీకరణాలు ఏకచరరాశితో (సందర్భ సహిత సమస్యలు). కేవలం +, – ప్రక్రియలు మరియు గుణకాలు పూర్ణసంఖ్యలు.	• సర్వసమీకరణాలకు జ్యామితీయ నిరూపణ. **(iv) కారణాంక విభజన** • సామాన్య సమీకరణాలను ఉపయోగించి కారణాంక విభజన. • పదాలను సమూహాలుగా చేయుట ద్వారా కారణాంక విభజన. • సర్వసమీకరణాలను ఉపయోగించుట ద్వారా కారణాంక విభజన. • (x + a) (x + b) రూపములోని సమాసాల కారణాంక విభజన. • బీజీయ సమాసాల భాగాహారము.	$(x \pm y)^3$ $x^3 \pm y^3 \pm 3xy\,(x \pm y)$ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ $(x + y + z)\,(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ $x^3 + y^3$ $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $x^3 - y^3$ $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ మరియు వీటితో బీజీయసమాసాల కారణాంక విభజన. **(ii) రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలు** • ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాల పునర్విమర్శ. • రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల పరిచయం. • రెండు చరరాశుల రేఖీయ సమీకరణాల సాధన. • రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాలను రేఖా చిత్రాలతో సూచించడం. • x-అక్షం మరియు y-అక్షంనకు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖాసమీకరణాలు. • x-అక్షం సమీకరణం మరియు y-అక్షం సమీకరణం.	**(iii) వర్గ సమీకరణాలు (12 పీరియడ్లు)** • వర్గసమీకరణము యొక్క ప్రామాణిక రూపము $ax^2+bx+c=0$, (a 0). • వర్గ సమీకరణము సాధన – కారణాంక విభజన, పూర్ణ వర్గముగా మార్చడం. • విచక్షణి – విచక్షణి మరియు మూలాల స్వభావము మధ్య సంబంధం. • నిత్యజీవిత సంఘటనలకు సంబంధించిన సమస్యలు. **(iv) శ్రేఢులు (11 పీరియడ్లు)** • క్రమము మరియు శ్రేణి. • అంకగణిత శ్రేణి పరిచయము – nవ పదమునకు, n పదముల మొత్తమునకు సామాన్యీకరణము. • గుణశ్రేణి పరిచయము. • గుణశ్రేణిలో n వ పదము.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము (15 గంటలు) • అనుపాతాన్ని రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వంగా సూచించడం • ఏకవస్తు మార్గము (అనులోమానుపాతం మాత్రమే) • పద సమస్యలు • అంక గణితంలో నిష్పత్తి, అనుపాతాలను అవగాహన చేసుకొనటం.	**అంక గణితం నిష్పత్తి - ఉపయోగాలు** **నిష్పత్తి - అనుపాతం** • నిష్పత్తి - అనుపాతం (పునర్విమర్శ) • ఏకవస్తుమార్గం, అనులోమానుపాతం (సాధారణీకరించడం) • శాతాలు - పరిచయం • శాతాలను 100 హారంగా గల భిన్నాలుగా అవగాహన చేసుకొనడం • దశాంశాలను, భిన్నాలను శాతాలుగా మార్చడం. శాతాలను దశాంశాలు మరియు భిన్నాలుగా మార్చడం • లాభనష్టాలలో శాతాల అనుప్రయోగం • బారువడ్డీ (కాలము పూర్తిగా సం॥లలో మాత్రమే) లోశాతాల అనుప్రయోగం	**అంక గణితం (20 గంటలు)** **(i) అనుపాతంతో రాశులను పోల్చుట** • బహుళ నిష్పత్తి - పదసమస్యలు. • శాతాలు, లాభ-నష్టాలు, ఇతర ఖర్చులు, డిస్కౌంట్, పన్నులు మొదలైన వానికి సంబంధించిన సమస్యలు. • వడ్డీ, చక్రవడ్డీల మధ్యగల బేధాలు (చక్రవడ్డీ సమస్యలు 3 సోపానాలకు పరిమితము, అర్థ సం॥నికి తిరగ గట్టే లెక్కలలో 3 సోపానాలకు మాత్రమే పరిమితి). అమరికల ద్వారా చక్రవడ్డీకి సూత్రమును రాబట్టుట. **(ii) అనులోమ, విలోమ నిష్పత్తులు** • సులభమైన పదసమస్యలు, విలోమానుపాతము - సులభమైన పద సమస్యలు, మిశ్రమానుపాతము - సులభ పద సమస్యలు. • పని - కాలమునకు సంబంధించిన సులభ పద సమస్యలు.	**నిరూపక రేఖాగణితం(5 గంటలు)** **నిరూపక రేఖాగణితం** • కార్టీజియన్ వ్యవస్థ. • నిరూపకాలు ఇచ్చినప్పుడు బిందువులను నిరూపకతలంలో స్థాపించుట.	**త్రికోణమితి** **(i) త్రికోణమితి పరిచయము (15 పీరియడ్లు)** • అల్పకోణ, లంబకోణ త్రిభుజముల యొక్క త్రికోణమితి నిష్పత్తులు (సైన్, కొసైన్, టాంజెంట్, కోసినెంట్, కాట్) • 0^0, 90^0ల యొక్క త్రికోణమితి నిష్పత్తుల పరిచయం. • 30^0, 45^0 మరియు 60^0 కోణముల త్రికోణమితి నిష్పత్తుల విలువలు, వాటి మధ్య సంబంధం. • త్రికోణమితీయ సత్యములు : (i) $\sin^2A + \cos^2A = 1$, (ii) $1 + \tan^2A = \sec^2A$, (iii) $\cot^2A + 1 = \operatorname{cosec}^2A$. • పూరక కోణముల త్రికోణమితి నిష్పత్తుల విలువలు. **(ii)త్రికోణమితి-అప్లికేషన్(8 పీరియడ్లు)** • నిమ్నకోణము, ఊర్ధ్వకోణముల విలువలు.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
		• దూరము - కాలమునకు సంబంధించిన సులభ పద సమస్యలు.		• ఎత్తులు – దూదూరముల సమస్యలు – నిత్యజీవిత సంఘటనలతో అన్వయం – నిమ్న / ఊర్ధ్వ కోణములు (30^0, 45^0, 60^0) త్రికోణమితి నిష్పత్తులు. **నిరూపక రేఖాగణితం** **సరళరేఖలు (15 పీరియడ్లు)** • రేఖీయ సమీకరణములను గ్రాఫు కాగితముపై ప్రాతినిధ్యపరచడం. • P (x_1, y_1) మరియు Q (x_2, y_2) బిందువుల మధ్య దూరము. • ఒక రేఖాఖండమును m : n నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు. • నిరూపాకాక్షములపై నిర్మింపబడిన త్రిభుజవైశాల్యం. • రెండు బిందువులను కలిపే సరళరేఖ యొక్క వాలు.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
రేఖా గణితం (65 గంటలు) **(i) ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు** • జ్యామితి పరిచయం. నిత్యజీవిత సంబంధం మరియు అన్వయం. • సరళరేఖ, రేఖాఖండం మరియు కిరణం. సంవృత మరియు వివృత పటాలు. • సంవృత పటాల అంతరం మరియు బాహ్యం • రేఖీయ, వక్రరేఖీయ అంచులు. • కోణం, శీర్షం, కోణ భుజం. • కోణ అంతరం, కోణ బాహ్యం • త్రిభుజము – శీర్షాలు, భుజాలు, కోణాలు. త్రిభుజ అంతరం, త్రిభుజ బాహ్యం. • చతుర్భుజం. భుజాలు, శీర్షాలు, కర్ణాలు. ఆసన్న భుజాలు, అభిముఖ భుజాలు / కుంభాకార చతుర్భుజాలకు మాత్రమే). చతుర్భుజ అంతరం – బాహ్యం. • వృత్తం కేంద్రం – వ్యాసార్థం – వ్యాసం. వృత్త అంతరం – బాహ్యం.	**రేఖాగణితం (60 – గంటలు)** **రేఖలు – కోణాలు** • కోణాల జతలు. (రేఖీయ, సంపూరక, పూరక, ఆసన్న, శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు) • సమాంతర రేఖను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ధర్మాలు (ఏకాంతర, సంగత, అంతర, బాహ్య కోణాల జతలు) **త్రిభుజ సర్వసమానత్వము** • అంచులు ఏకీభవించుట ద్వారా సర్వసమానత్వము (తపాలా బిళ్ళలు, బ్లేడులు ఒకదానిపై ఒకటి బోర్లించడం ద్వారా) • సర్వసమానత్వ భావనను త్రిభుజం, వృత్తం వంటి జ్యామితీయ ఆకారాలకు విస్తరించడం • సర్వసమానత్వ నియమాలు (సరిచూచుట ద్వారా) • కో.భు.కో., భు.భు.భు., భు.కో.భు., లం.క.భు సర్వసమాన ధర్మాలు పటాలతో	**రేఖాగణితం (40 – గంటలు)** **(i) చతుర్భుజాల నిర్మాణాలు** • చతుర్భుజాల ధర్మాల పునరావలోకనము. • చతుర్భుజములు నిర్మించుటలో i) ఒక కోణము నాలుగు భుజాలు ఇచ్చినప్పుడు. ii) ఒక కర్ణము నాలుగు భుజాలు ఇచ్చినప్పుడు. iii) మూడు కోణాలు, రెండు ఆసన్న భుజాలు ఇచ్చినప్పుడు. iv) మూడు భుజాలు, రెండు కర్ణాలు ఇచ్చినప్పుడు. v) మూడు భుజాలు, వాని మధ్యలోని రెండు కోణాలు ఇచ్చినప్పుడు. • ప్రత్యేక చతుర్భుజాల నిర్మాణము. **(ii) జ్యామితీయ పటాల అన్వేషణ** • సర్వసమాన పటాలు • సరూప పటాలు	**రేఖాగణితం (40 – గంటలు)** **(i) జ్యామితీయ మూలాలు** • జ్యామితి చరిత్ర, భారతదేశంలో జ్యామితి, సామాన్య భావనలు, స్వీకృతాలు, నిర్వచనాలు ఉపయోగించి పరిశీలించిన విషయాలను లాక్షణిక గణిత పద్ధతుల ద్వారా సిద్ధాంతీకరించటం. యూక్లిడ్ 5వ స్వీకృతము మరియు దాని తుల్య ప్రవచనాలు. • రెండు బిందువుల గుండా పోయే సరళరేఖ ఏకైకం. • రెండు వేరువేరు రేఖలు ఒకటికన్నా మించి ఉమ్మడి బిందువులను కలిగివుండవు (నిరూపణ). **(ii) రేఖలు మరియు కోణాలు** • ఒక కిరణం ఒక రేఖపై ఉన్నప్పుడు ఏర్పడిన రెండు ఆసన్న కోణాల మొత్తం 180^0 మరియు దాని విపర్యం (ఉన్ముఖీకరణం) • రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నప్పుడు శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానం (నిరూపణ).	**రేఖాగణితం** **(i) సరూప త్రిభుజాలు (18 పీరియడ్లు) నిర్వచనములు, ఉదాహరణలు, సరప త్రిభుజముల ధర్మాలు** • సరూపత, సర్వసమానత మధ్య భేదములు. • ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజానికి సమాంతరముగా గీయబడిన రేఖ మిగిలిన రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో విభజించును (సిద్ధాంతం). • ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో విభజించు రేఖ, మూడవ భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది. (విపర్యయం) • రెండు త్రిభుజాలలో సదృశ కోణాములు సమానము అయితే సదృశ భుజాలు అకే నిష్పత్తులో ఉంటాయి మరియు అవి సరూపాలు (కో.కో.కో సరూపత) • రెండు త్రిభుజాలలో సదృశ భుజాల అనుపాతములో ఉంటే సదృశ్య వోణములఋ సమానము మరియు అవి సరూపాలు (భు.భు.భు సరూపత)

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
చావము – జ్యా. సెక్టర్ (త్రిజ్యాంతరం). వృత్త ఖండం – అర్ధవృత్తం. వృత్త పరిధి. **(ii) రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు** • రేఖా ఖండం కొలత • కోణాల కొలతలు • కోణాల రకాలు. అల్ప – అధిక, లంబ, సరళ, పరావర్తన మరియు సంపూర్ణ కోణాలు; శూన్య కోణం • ఖండన రేఖలు, లంబ రేఖలు, సమాంతర రేఖలు **(iii) సౌష్ఠవము (పరావర్తనం)** • పరావర్తన సౌష్ఠవానికి తగిన ద్విమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం మరియు పరిశీలించటం. • పరావర్తన ప్రక్రియలు. సాధారణ ద్విమితీయ ఆకృతులు ప్రతిబింబాలు పట్టడం • పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని గుర్తించడం (అక్షాలను గుర్తించుట)	**త్రిభుజాల నిర్మాణం (అన్ని రకాలు)** • త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చినపుడు • త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య కోణము ఇచ్చినపుడు • రెండు కోణములు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు • ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణము, ఒక భుజం ఇచ్చినపుడు • ఆ రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య లేని కోణం ఇచ్చినపుడు **చతుర్భుజాలు చతుర్భుజం – నిర్వచనం** • చతుర్భుజాలు చతుర్భుజం – నిర్వచనం • చతుర్భుజం – భుజాలు, కోణాలు, కర్ణాలు • చతుర్భుజ అంతరం, బాహ్యం • కుంభాకార, పుటాకార బహుభుజులు, వాటి భేదం (పటాల సహాయంతో) • అంతరకోణాల ధర్మం (సరిచూడటం ద్వారా), సమస్యలు • చతుర్భుజాల రకాలు	• త్రిభుజాలు, చతుర్భు.జాల పరంగా జ్యామితీయ పటాలలో సౌష్ఠవము. **(iii) త్రిమితీయ వస్తువులను ద్విమితీయంగా చూపుట** • పటాలను గుర్తించటం, పోల్చటం (2D మరియు 3D కలసివున్న పటాలు, వలలు) • త్రిమితీయ వస్తువుల ఆకారాలను తుల్యబిందు రేఖావటాలుగా ద్విమితీయంలో సూచించుట. • ఘనము, దీర్ఘఘనము, చతుర్ముఖి, పట్టకాలు, పిరమిడ్లు మొదలౌన వానియొక్క శీర్షాలు, అంచులు, ముఖాలను లెక్కించుట, యూలర్ ఫార్ములను సరిచూచుట.	• రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే సదృశ్య కోణాలు, ఏకాంతర కోణాలు, అంతరకోణాల ఫలితాలు మరియు ఉన్మూఖీకరణం. • దత్తరేఖకు సమాంతరంగా ఉన్నరేఖలన్నీ సమాంతరాలు (ఉన్మూఖీకరణం) • త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం180^0. • ఒక త్రిభుజంలోని ఏదైనా భుజం పొడిగించినప్పుడు ఏర్పడిన బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణాల మొత్తానికి సమానం (ఉన్మూఖీకరణం). **(iii) త్రిభుజాలు** • (ఉన్మూఖీకరణం) ఒక త్రిభుజంలోని ఏవైనా రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణం మరొక త్రిభుజంలోని ఏవైనా రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్య కోణంనకు సమానం అయిన ఆ త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు (భు.కో.భు. సర్వసమానత్వం).	• రెండు త్రిభుజాలలో ఒక కోణము దానికి కల్గియున్న భుజాలు రెండవ త్రిభుజములో సదృశ్యకోణమునకు సమానము అయి దానిని కల్గియున్న భుజాలు అనుపాతములో ఉంటే అవి సరూపాలు. • రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యము నిష్పత్తి, ఆని అనురూప భుజాల వర్గాల నిష్పత్తికి సమానము. • ఒక లంబ త్రిభుజములో లంబకోణ శీర్షము నుండి గీచిన లంబం ఆ త్రిభుజమును రెండు లంబకోణ త్రిభుజములుగా విభజిస్తుంది. ఆ త్రిభుజాలు మొదటి త్రిభుజమునకు సరూపముగా ఉంటాయి. • ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో కర్ణము మీది వర్గము మిగిలిన రెండు భుజాల మీద వర్గముల మొత్తమునకు సమానము. (సిద్ధాంతం) • ఒక త్రిభుజములో ఒక భుజము మీది వర్గము మిగిలిన రెండు భుజాల మీది వర్గముల మొత్తమునకు సమానము అయితే ఆ త్రిభుజం లంబకోణ త్రిభుజం. (సిద్ధాంతం)

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
(iv) ప్రాయోగిక జ్యామితి • రేఖాఖండ నిర్మాణం. (స్కేలు, వృత్త లేఖిని, కోణమానిని సహాయంతో) • వృత్తం గీయటం • లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ • కోణం నిర్మించుట (కోణమానినితో) • 600, 1200 లను వృత్త లేఖినితో నిర్మించుట • కోణ సమద్విఖండన రేఖలు (300, 450 మరియు 900 ఏర్పడునట్లు, వృత్తి లేఖినితో) • వృత్త లేఖినితో ఇచ్చిన కోణానికి సమానమైన కోణాన్ని నిర్మించుట • ఇచ్చిన రేఖకు లంబ రేఖలను గీయటం అ) రేఖపై గల బిందువు వద్ద ఆ) రేఖపై లేనట్టి బిందువు నుండి **(v) త్రిమితీయ ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన** • సాధారణ బహుభుజాలు – పరిచయం. క్రమ, క్రమేతర పంచభుజుల వరకు.	• సమాంతర చతుర్భుజం, సమలంబ చతుర్భుజం, రాంబస్, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం మరియు గాలిపట ఆకారాల ధర్మాలు. **సౌష్ఠవం** • పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోవటం • భ్రమణ సౌష్ఠవం భావన, ద్విమితీయ పటాల భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని పరిశీలించడం (900, 1800, 1200) • సాధారణ పటాలపై 900, 1800 భ్రమణ ప్రక్రియలు • పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలు కలిగిన పటాలకు ఉదాహరణలు. • పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలలో కేవలం ఒక సౌష్ఠవము కల్గిన పటాలు **త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా చూపటం** • త్రిమితీయ ఆకృతులకు ద్విమితీయ పటాలు గీయుడం, దాగివున్న ముఖాలను సూచించడం		• (నిరూపణ) ఒక త్రిభుజంలోని రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజాలు వరుసగా మరొక త్రిభుజంలోని ఏవేని రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజానికి సమానం అయిన ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు (కో.భు.కో. సర్వసమానత్వం). • ఒక త్రిభుజంలోని మూడు భుజాలు వరుసగా మరొక త్రిభుజంలో మూడు భుజాలకు సమానం అయిన ఆ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు (భు.భు.భు. సర్వసమానత్వం). • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక లంబకోణ త్రిభుజములోని కర్ణము, భుజములు వరుసగా వేరొక లంబకోణ త్రిభుజములోని కర్ణము, భుజములకు సమానమైన ఆ రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు. • (నిరూపణ) ఒక త్రిభుజములో సమాన భుజాలకెదురుగానున్న కోణాలు సమానం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక త్రిభుజంలో సమానకోణాల కెదురుగానున్న భుజాల పొడవులు సమానం.	**(ii) నిర్మాణములు** • ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుపయోగించి రేఖాఖండమును విభజించడం. • త్రిభుజమునకు సరూపత కల్గియున్న మరో త్రిభుజమను నిర్మించడం. **(iii) వృత్తచ్ఛేదన రేఖ మరియు స్పర్శరేఖలు (15 పీరియడ్లు)** • వృత్తమునకు బాహ్య బిందువు నుండి గీచిన స్పర్శరేఖ. • వృత్తమునకు గీచిన స్పర్శరేఖ యొక్క స్పర్శ బిందువు వద్ద గీచిన వ్యాసార్థము స్పర్శరేఖకు లంబముగా ఉంటుంది. (సిద్ధాంతం) • బాహ్య బిందువు నుండి వృత్తమునకు గీచిన స్పర్శరేఖల పొడవులు సమానము. (సిద్ధాంతం) • ఛేదన రేఖ వలన ఏర్పడిన వృత్తఖండము. • అల్ప, వృత్త ఖండము, అధిక వత్తఖండముల యొక్క వైశాల్యములు.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
• త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం. సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపము, గోళము, శంఖువు, పట్టకం (త్రిభుజాకార), పిరమిడ్ (త్రిభుజాకార, చతురస్ర)లను పరిసరాలలో గుర్తించడం. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనాల) మూలకాలు, ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాలు • సమఘనం, దీర్ఘఘనం, శంఖువుల వలచిత్రాలు	• సమఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం మరియు శంఖువులలో శీర్షాలు, అంచులు, ముఖాలు వల చిత్రాలను గుర్తించడం, వాటి వాటి సంఖ్యలను లెక్కించడం • పటాలను, ఆకృతులతో జతపరచడం, పేర్లు గుర్తించడం		• (ఉన్ముఖీకరణం) త్రిభుజ అసమానత్వ ధర్మాలు, కోణము, దాని ఎదుటి భుజానికిగల సంబంధం, త్రిభుజంలోని అసమానత్వాలు. **(iv) చతుర్భుజాలు** • (నిరూపణ) ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని కర్ణము రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో ఎదుటి భుజాలు సమానము మరియు దాని విపర్యయం. • (ఉన్ముఖీకరణం) సమాంతర చతుర్భుజంలో అభిముఖ కోణాలు సమానం మరియు విపర్యయం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక చతుర్భుజంలో ఒక జత ఎదుటి భుజాలు సమాంతరం మరియు సమానమైన అది సమాంతర చతుర్భుజము. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో కర్ణములు సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి మరియు దాని విపర్యయం.	**(iv) నిర్మాణములు** • బాహ్య బిందువు నుండి వృత్తమునకు స్పర్శరేఖ గీయడం.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
			• (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపిన రేఖా ఖండము మూడవ భుజానికి సమాంతరం మరియు దాని విపర్యయానికి ఉన్ముఖీకరణం. **(v) వైశాల్యాలు** • వైశాల్యభావన, సమతల ప్రాంత వైశాల్యము పునర్విమర్శ. • దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొనుట. • ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య నున్న పటాలు. • (నిరూపణ) ఒకే భూమి మరియు ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యనున్న సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యాలు సమానం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒకే భూమి మరియు ఒకే సమాంతర రేఖలు మధ్యనున్న త్రిభుజాల వైశాల్యాలు సమానం మరియు దాని విపర్యయం. **(vi) వృత్తాలు** • ఉదాహరణల ద్వారా వృత్తభావనలకు సంబంధింత నిర్వచనం, వ్యాసార్థము,	

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
			వృత్తపరిధి, వ్యాసము, జ్యా, చాపము చేయుకోణం. • (నిరూపణ) ఒక వృత్తములో సమాన పొడవుగల జ్యాలు వృత్తకేంద్రం వద్ద చేయు కోణాలు సమానం మరియు దాని విపర్యయం యొక్క ఉన్ముఖీకరణం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక వృత్త కేంద్రం నుండి జ్యాకు గీసిన లంబము దానిని సమద్విఖండన చేస్తుంది. విపర్యయంగా వృత్తకేంద్రము గుండా పోతూ ఒక జ్యాను సమద్విఖండన చేసే రేఖ ఆ జ్యాకు లంబంగా ఉంటుంది. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఇచ్చిన మూడు సరేఖీయాలు కాని బిందువుల గుండా పోయేటట్లు ఒకే ఒక వృత్తాన్ని గీయగలము. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక వృత్తములో (లేదా సర్వసమాన వృత్తాలలో) సమాన జ్యాలు వృత్త కేంద్రము (ల) నుండి సమాన దూరములో ఉంటాయి మరియు విపర్యయం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక చాపము వృత్తకేంద్రము వద్ద చేయుకోణం,	

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
			వృత్తపరిధిపై ఏదైనా బిందువు వద్ద చేయు కోణానికి రెట్టింపు ఉంటుంది. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒకే వృత్త ఖండంలోని కోణాలు సమానం. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఏవైనా రెండు బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండానికి ఒకే వైపునున్న మరొక రెండు బిందువుల వద్ద సమాన కోణాలు చేసిన ఆ నాలుగు బిందువులు చక్రీయాలు. • (ఉన్ముఖీకరణం) ఒక చక్రీయ చతుర్భుజంలో ప్రతీ జత అభిముఖ కోణాలు సంపూరకాలు మరియు దాని విపర్యయం. **(vii) జ్యామితీయ నిర్మాణాలు** • భూమి, రెండు భుజముల మొత్తము లేదా భేదము మరియు భూకోణములు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట. • చుట్టుకొలత మరియు భూకోణములు ఇచ్చిన త్రిభుజమును నిర్మించుట. • దత్త జ్యా మరియు దత్త కోణములను కలిగివుండే వృత్త ఖండమును నిర్మించుట.	

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
క్షేత్ర గణితం (15 గంటలు) **చుట్టుకొలత భావన, మరియు వైశాల్యం** • వివిధ ఆకారాల ద్వారా చుట్టుకొలత భావన పరిచయం, అవగాహన • ఒకే చుట్టుకొలత కల్గిన వివిధ ఆకారాలు • వైశాల్యం భావన. చతురస్ర వైశాల్యం, దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం • దీర్ఘ చతురస్రం చుట్టుకొలత, చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ప్రత్యేక సందర్భంగా • దీర్ఘచతురస్రం చతురస్రం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల సూత్రాలను ఉదాహరణల ద్వారా సాధారణీకరించడం	**క్షేత్రగణితం (15 గంటలు)** • చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతల పునర్విమర్శ, వృత్త పరిధి భావన • వైశాల్యం : వైశాల్యాలను ప్రాథమిక ప్రమాణాలలో కొలిచే భావన • త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం మరియు సమ చతుర్భుజ వైశాల్యాలు • దీర్ఘ చతురస్రాకార బాటల వైశాల్యాలు	**క్షేత్రగణితం (15 గంటలు)** **(i) సమతల పటాల వైశాల్యములు** • త్రిభుజ వైశాల్యానికి హెరాన్ సూత్రము మరియు చతుర్భుజ వైశాల్యమును కనుగొనుట దీని అన్వయము. • ట్రెపీజియం వైశాల్యం. • చతుర్భుజం మరియు దీర్ఘఘనాల ఉపరితల వైశాల్యాలు. • వృత్త వైశాల్యము, వృత్తాకరా బాటల వైశాల్యము. **(ii) సమతల వైశాల్యములు మరియు ఘనపరిమాణములు** • సమఘనము మరియు దీర్ఘఘనముల ఉపరితల వైశాల్యములు. • ఘనపరిమాణము – భావన, ప్రాథమిక పరిమాణములో ఘనపరిమాణాలను కొలుచుట. • ఘనపరిమాణము మరియు సామర్థ్యము.	**క్షేత్రగణితం (15 గంటలు)** **(i) ఉపరిత వైశాల్యాలు మరియు ఘనపరిమాణాలు** • దీర్ఘఘనము, సమఘనముల ఉపరితల వైశాల్యములు, ఘనపరిమాణముల పునర్విమర్శ. • స్థూపము, శంఖువు, గోళము, అర్ధగోళముల ఉపరితల వైశాల్యములు. • స్థూపము, శంఖువు, గోళము (అర్ధగోళములతోసహా) మరియు క్రమ వృత్తాకార స్థూపము మరియు శంఖువుల ఘనపరిమాణము.	**క్షేత్రమితి** **(i)ఉపరితల వైశాల్యాలు మరియు ఘనపరిమాణాలు** • రెండు ఘనాకృతులు (ఘనము, దీర్ఘఘనము, గోళము, అర్ధగోళము మరియు క్రమ వృత్తాకార స్థూపము)ల సమ్మేళనము ల యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము, ఘన పరిమాణములను కనుగొనడం. • ఒక రూపములో ఉన్న ఘనాకృతిని మరో రూపములోకి మార్చడం (రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఘనాకృతుల సమ్మేళనం.)

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
దత్తాంశ నిర్వహణ (10 గంటలు) • దత్తాంశం అంటే ఏమిటి? • దత్తాంశ సేకరణ మరియు నిర్వహణ. దత్తాంశ నిర్వహణ – గణన చిహ్నాలు – పట్టికలకు ఉదాహరణ. • పట చిత్రాలు. పట చిత్రాలలో "స్కేలు" ఆవశ్యకత. పట చిత్రాల నిర్మాణము మరియు, వివరణ. • కమ్మీ రేఖా చిత్రాలను ఇచ్చిన దత్తాంశానికనుగుణంగా నిర్మించటం కమ్మీరేఖ చిత్రాల వివరణ.	**దత్తాంశ నిర్వహణ (15 గంటలు)** **దత్తాంశం సేకరణ మరియు నిర్వహణ** • అవర్గీకృత దత్తాంశానికి అంక మధ్యమం, మధ్యగతం మరియు బాహుళకం మరియు అవి సూచించే విషయాల అవగాహన • కమ్మీరేఖా చిత్రాలు • జంట దిమ్మె చిత్రాల నిర్మాణం • రేఖాచిత్రాలు తగు సమాచారంతో	**దత్తాంశ నిర్వహణ (15 గంటలు)** **పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలు మరియు గ్రాఫులు** • ముడి దత్తాంశమునకు అంకగణిత మధ్యమము, మధ్యగతము, బాహుళకముల పునర్విమర్శ. • అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు విచలన పద్ధతిలో అంకగణిత మధ్యమమును కనుగొనుట. • వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క పరిధి, ఆవశ్యకతలను చర్చించుట. • పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలను తయారుచేయుట. • పౌనఃపున్య పట్టికలను సంచిత పౌనఃపున్యాలను తయారుచేయుట. • పౌనఃపున్య వక్రాలు (సోపాన చిత్రము, పౌనఃపున్య బహుభుజి, వక్రము, ఓజివ్ వక్రములు) గీయుట.	**సాంఖ్యక శాస్త్రం మరియు సంభావ్యత (15 గంటలు)** **(i) సాంఖ్యక శాస్త్రం** • అవర్గీకృత మరియు వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజనాల పునర్విమర్శ. • అవర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజనాల సగటు, మధ్యగతము, బాహుళకము (భారత్వ అంశాలు) **(ii) సంభావ్యత** • ప్రయోగాల ద్వారా లభించిన దత్తాంశానికి సంభావ్యతానుభూతి. • నాణెములను ఎగురవేయుట, పాచికలను విసురుట ద్వారా ఘటన భావం. • అనేకసార్లు విసురుట ద్వారా 1 నుంచి 6 వరకు సంభవించిన ఘటనలను లెక్కించటం మరియు పట్టికలు తయారుచేయుట. • యాదృచ్ఛిక భావంను నాణెంను ఎగురవేయుట, పాచికను విసురటతో పోల్చుట. • నాణెం ఎగురవేయుట, పాచికలు విసురుట వంటి ప్రయోగాల ద్వారా సంభావ్యత భావన	**దత్తాంశ సేకరణ** **(i) సాంఖ్యక శాస్త్రము (15 పీరియడ్లు)** • అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును కనుగొనడం. • వర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును కనుగొనుటను అవగాహన చేసుకోవడం. • సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకము యొక్క ఆవశ్యకత. • వర్గీకృత / అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంనకు సంబంధించిన సమస్యలు. • ఓగిల్స్‌నుపయోగించి వివిధ విలువలను కనుగొనడం. **(ii) సంభావ్యత (10 పీరియడ్లు)** • సంభావ్యత యొక్క భావన మరియు నిర్వచనం. • సులభమైన సమస్యలు – నిత్యజీవిత సంఘటనలతో అన్వయం. • పూరక ఘటనల భావనలు.

6వ తరగతి	7వ తరగతి	8వ తరగతి	9వ తరగతి	10వ తరగతి
			సాధారణీకరించుట మరియు సంగ్రహపరుచుట. • నాణెం మరియు పాచికల ద్వారా సంభవించిన ఘటనల పౌనఃపున్యాలను దృశ్యరూపంలో వ్యక్తపరచుట. ఒకే రకమయిన పాచికలు మరియు నాణేలను అధిక సంఖ్యలో విసిరి ఫలితాలను ప్రాథమిక ఘటనల కోసం మదింపు చేయటం. • పెద్ద సంఖ్యలో పునరావృత ఘటనలను మదింపుచేసి నాణెం యొక్క దత్తాంశమును, పాచికలను విసురుటతోనూ యాదృచ్ఛికభావనను పోల్చటం. **అనుబంధం గణిత నిరూపణలు (5 గంటలు)** **(i) సాంఖ్యక శాస్త్రం** • గణిత ప్రవచనాలు వాటిని సరిచూసే విధానము. • గణితములో తర్కము నిగమన ఆలోచనా విధానములు. • సిద్ధాంతములు, ప్రతిపాదనలు మరియు స్వీకృతాలు. • గణితములో నిరూపణ విధానం, నిరూపణలో సోపానాలు	**గణిత మోడలింగ్ (8 పీరియడ్లు)** • గణితంలో మోడలింగ్ భావన. • విస్తృత పరిధిలో మోడలింగ్ భావన వివరణ – నిజజీవిత సంఘటనలు. (నిష్పత్తి, అనుపాతం, శాతం, సంభావ్యత, చెల్లింపులు).

(B) గణిత ప్రమాణాల సాధనకు సూచికలు

- విద్యార్థులు ఒక తరగతిలో ఏమి చేయగలగాలి, ఏం తెలిసి యుండాలో స్పష్టంగా వివరించే ప్రవచనాలను ఆ తరగతి యొక్క 'విద్యాప్రమాణాలు' అంటాము. ఈ విద్యా ప్రమాణాలను కింది విభాగాలుగా వర్గీకరించడమైనది.

కంటెంట్	సమస్యాసాధన	కారణములు చెప్పడం సాధించడం / నిరూపణ చేయడం	వ్యక్తపరచడం	సంధానం	దృశ్యీకరణ / ప్రాతినిధ్యపరచడం
గణిత అంశములు	a) సమస్యలలో రకములు : పజిల్స్, పదసమస్యలు, పటసమస్యలు, దత్తాంశ అవగాహన – విశ్లేషణ – పట్టికలు – గ్రాఫ్, పద్ధతి ప్రకారం చేయు సమస్యలు మొదలగు రకరకాలుగా గణిత సమస్యలుంటాయి. b) సమస్యా సాధన – సోపానాలు • సమస్యలను చదవడం. • దత్తాంశంలోని సమాచారం మొత్తాన్ని విడిభాగాలుగా గుర్తించడం. • అనుబంధ విడి భాగాలను వేరుచేయడం. • సమస్య విడి భాగాలను వేరుచేయడం. • సమస్యలో ఇమిడియున్న గణిత భావనలను అవగాహన చేసుకోవడం. • లెక్కచేయు పద్ధతి విధానాన్ని ఎంపిక చేయడం.	• దశల వారీగా ఉన్న సోపానాలకు కారణాలు వివరించడం. • గణిత సాధారణీకరణలను మరియు ప్రకల్పనలను అర్థం చేసుకోవడం మరియు చేయగలగడం. • పద్ధతిని అర్థం చేసుకోవడం మరియు సరిచూడడం. • తార్కిక చర్యలను పరీక్షించడం. • సమస్యా నిరూపణలోని క్రమాన్ని అర్థం చేసుకోవడం. • ఆగమన, నిగమన పద్ధతులలో తార్కికతను వినియోగించడం. • గణిత ప్రకల్పనలను పరీక్షించడం.	• గణిత భావనలను, వాక్యాలను చదవగలగడం – రాయగలగడం. ఉదా : $3 + 4 = 7$, $3 < 5$, $n_1+n_2= n_2+n_1$, త్రిభుజములోని మూడు కోణముల మొత్తం $= 180^0$ గణిత వ్యక్తీకరణలను రూపొందించడం. • గణితపరమైన ఆలోచనలను తన స్వంత మాటల్లో వివరించడం. ఉదా: చతురస్రం అనునది నాలుగు సమాన భుజాలు మరియు నాలుగు సమాన కోనాలు గల సంవృత పటం. • పద్ధతిని వివరించడం. ఉదా : రెండంకెల సంఖ్యలను కూడడంలో మొదటి ఒకట్లస్థానం అంకెలను కూడి తరువాత పదుల స్థానంలోని అంకెలను కూడడం / స్థానమార్పిడిని గుర్తుకు తెచ్చుకుంటూ • గణిత తార్కికతను వివరించడం.	• అనుబంధ గణిత పాఠ్యవిభాగాలను – భావనలను అనుసంధానం చేయడం. ఉదా : గుణకారానికి, కూడికకు; మొత్తంలో భాగానికి – నిష్పత్తికి – భాగహారానికి; అమరికలకు – సౌష్ఠవమునకు; కొలతలు మరియు తలము / అంతరాళం. • దైనందిన జీవితానికి గణితానికి అనుసంధానం చేయడం. • వేర్వేరు సబ్జక్టులతో గణితాన్ని అనుసంధానం చేయడం.	• పట్టికలోని సమాచారం, సంఖ్యారేఖ, పటచిత్రం, దిమ్మ చిత్రం 2-D పటాలు, 3-D పటాలు మరియు పటాలను చదవడం. • పట్టికలను రూపొందించడం, సంఖ్యారేఖపై చూపడం, పటచిత్రములు, దిమ్మ చిత్రములు, పటాలను గీయడం. • గణిత పటాలు, గుర్తులు, అమరికలు.

కంటెంట్	సమస్యాసాధన	కారణములు చెప్పడం సాధించడం / నిరూపణ చేయడం	వ్యక్తపరచడం	సంధానం	దృశ్యీకరణ / ప్రాతినిధ్యపరచడం
	• ఎంపిక చేసిన పద్ధతి ప్రకారం సమస్యను సాధించడం. • జ్యామితి ఫలితాలను సిద్ధాంతాల నుపయోగించి సరిచూచుట, సిద్ధాంతాలకు అనుగుణంగా సమస్యల సాధన. c) సంక్లిష్ట సమస్య యొక్క సంక్లిష్టత అనునది కింది అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. • అనుసంధానం చేయడం (ఇది అనుసంధానం విభాగంలో నిర్వచించనైనది) • సమస్యలో ఉన్న సోపానాల సంఖ్య. • సమస్యలో ఉన్న ప్రక్రియల సంఖ్య. • సమస్యా సాధనకు ఇవ్వబడిన సందర్భ సమాచారం ఏ మేరకు ఉన్నది? • సమస్య సాధించే పద్ధతి యొక్క సహజత్వం.			• గణితంలోనే వేర్వేరు పాఠ్యాంశాలకు సంబంధించిన భావాలను అనుసంధానం చేయడం, ఉదా : దత్తాంశ సేకరణ మరియు అంకగణితం; అంకగణితం మరియు ప్రదేశం. • భావనలను, బహుళ పద్ధతులకు అనుసంధానం చేయడం.	

(C) తరగతి వారీగా విద్యాప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు

6వ తరగతి

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యా వ్యవస్థ	• మన సంఖ్యలను తెలుసుకొందాం	• సమాధానం గరిష్ఠంగా 5 అంకెల సంఖ్యల వచ్చేట్లు సంఖ్యా ప్రక్రియల పై పద సమస్యలు. • మితి, ద్రవ్యరాశి ప్రమాణాల మార్పిడి	• సంఖ్యా ప్రక్రియలలో ఫలితాన్ని అంచనా వేయడం. • స్థాన విలువల భావనతో పెద్ద సంఖ్యలను పోల్చడం • ఇచ్చిన అంకెలతో వేర్వేరు సంఖ్యలను తయారు చేసి పెద్ద సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం, చిన్న సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం.	• 5 అంకెల సంఖ్య సంఖ్యను వ్రాసి వాక్యరూపంలో చెప్పడం. వాక్యరూపంలోని సంఖ్యను సంజ్ఞారూపంలో రాయడం • 5 అంకెల సంఖ్యలను <, >, =. గుర్తుల సహాయంతో పోల్చడం.	• నిత్య జీవితంలో పెద్ద సంఖ్యల వినియోగాన్ని అర్థం చేసుకోవడం. ఉదాహరణకు గ్రామ జనాభా, ఆదాయం మొ॥నవి.	• సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలోనూ, సంక్షిప్త రూపంలోనూ తెలపడం • ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేల సముదాయాలతో సంఖ్యలను సూచించడం.
	• పూర్ణాంకాలు		• సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర, తత్సమాంశము, విభాగ న్యాయాలను పూర్ణాంకాలలో +, –, ×ల పరంగా సరిచూడడం.	• సహజ సంఖ్యలకు బదులుగా పూర్ణాంకాల ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనడం.	• నిత్య జీవితంలో పూర్ణాంకాల వినియోగాన్ని కనుగొనడం. • N మరియు W ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట.	• పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించుట.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం	• భాజనీయతా సూత్రాలను సమీకరించడం. • క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వివిధ సందర్భాలలో అవగాహన చేసుకొనుట. • క.సా.గు., గ.సా.భాలను కారణాంక విభజన ద్వారా భాగాహారం ద్వారా కనుగొనుట.	• భాజనీయతా సూత్రాల వెనుక గల తార్కికతను కనుగొనును. • క.సా.గు. గ.సా.భాల మరియు ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూచును. రెండు సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలను తీసుకొని ఈ సంబంధాన్ని పరిశీలించును.	• చతుర్విధ ప్రక్రియలలో కుండలీకరణాలను వినియోగించును.	• కారణాంకాల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుచును • నిత్యజీవితంలో క.సా.గు. మరియు గ.సా.భాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • గుణకార, భాగాహార పట్టికలలో క్రమాన్ని కనుగొనుము.	
	• పూర్ణ సంఖ్యలు	• పూర్ణసంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార సమస్యలను సాధించును.	• పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చును. పూర్ణ సంఖ్యలను క్రమంలో ఉంచును. • N మరియు W మధ్య తేడాలను చెప్పును.	• పూర్ణసంఖ్యల సమితి ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనును.	• N, W మరియు Zల అనుసంధానమును కనుగొనును.	• పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించును. • సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారాలను సంఖ్యారేఖపై చూపును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• భిన్నాలు	• సజాతి, విజాతి, భిన్నాల కూడికలు, తీసివేతలు చేయును (చిన్న లెక్కలు). • భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలను పరస్పరం మార్పిడి చేయును. • దశాంశములతో సంకలన, వ్యవకలనాలతో సంకలన, వ్యవకనాలతో కూడిన పద సమస్యలను సాధించును. (మితి, ద్రవ్యరాశి ద్రవ్యము మరియు ఉష్ణోగ్రత).			• భిన్నాలు, దశాంశములు, దశాంశ భిన్నముల మధ్య సంధానాలు.	
బీజగణితం	• బీజగణిత పరిచయం	• చరరాశి విలువను ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా సమాసముల విలువలను కనుగొనును. (ఒకే ప్రక్రియతో కూడిన సరళ సమాసములు).	• ఇచ్చిన క్రమాలను సాధారణీకరించి బీజీయ సమాసంగా వ్యక్తపరచును.	• నిత్య జీవిత సందర్భాలను (సరళమైన) బీజీయ సమాస రూపంలోనూ, బీజీయ సమాసాలను నిత్య జీవిత సమస్యల రూపంలోను వ్యక్తపరచును.	• రాశుల విలువ తెలియనప్పుడు బీజీయ సమాసాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • తేలిక సందర్భాల ద్వారా సంఖ్యా వ్యవస్థను, బీజీయ వ్యవస్థను పరస్పరం సంధానించును.	• సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలను 2n, 2n+1 లుగా తెల్పును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
అంకగణితం	• నిష్పత్తి - అనుపాతము	• విలోమ నిష్పత్తులను కనుగొనును. • ఏకవస్తు మార్గముపై పద సమస్యలను సాధించును.	• ఇచ్చిన నిష్పత్తులను పోల్చును. • నిష్పత్తుల అనుపాత ధర్మాన్ని సరిచూచును. • నిష్పత్తులను కనుగొనుటలో రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఎందుకు ఉండాలో వివరించును.	• నిష్పత్తులను సంజ్ఞారూపంలో వ్రాయును మరియు వాటి సమ భిన్నాలను వ్రాయును.	• అనుపాత ధర్మాన్ని అనుసరించి కాలము పని, కాలము-దూరము, వ్రాయటం, చదవడం మధ్యగల సంబంధాలను పరిశీలించును. • నిత్యజీవిత సమస్యలలో నిష్పత్తి - అనుపాతముల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.	
రేఖాగణితం	• ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు		• ప్రాథమిక జ్యామితి ఆకారం తేడాలను (త్రిభుజం, వృత్తం, చతుర్భుజం) చెప్పును. • త్రిభుజం, చతుర్భుజాలను పోల్చును, తేడాలు చెప్పును.	• పరిసరాల నుండి ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలకు ఉదాహరణలు ఇచ్చును.	• పరిసరాల నుండి జ్యామితీయ ఆకారాలను దృగ్గోచరం చేయును. • వృత్తం యొక్క వివిధ భాగాల మధ్యగల పరస్పరసంబంధాన్ని అవగాహనచేసుకొనను. (వృత్తం, అర్ధ వృత్తం, సెక్టర్, వ్యాసం, వ్యాసార్థం, జ్యా మొ॥నవి).	• ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలను పటరూపంలో ప్రదర్శించును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• రేఖలు, కోణముల కొలతలు	• నిచ్చిన రేఖాఖండంను కొలుచును.	• రేఖా ఖండాల పొడవులను అంచనా వేయును, సరిచూచును. • ఇచ్చిన కోణాలను వర్గీకరించును • ఇచ్చిన రేఖల జతను ఖండన రేఖలుగా, లంబ రేఖలుగా విభజించును. • కోణాలను పోల్చును • అంచనా ద్వారా కోణాల కొలతలను సవరించును	• పరిసరాలలో ప్రాథమిక ఆకారాల వినియోగాన్ని, కొలతలను కనుగొనును.	• ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండాన్ని గీయును. • పరికరాల ద్వారా ఇచ్చిన కోణాలను గీయును.	
	• సౌష్ఠవము	• ద్విమితీయ ఆకృతుల సౌష్ఠవాలను కనుగొనును.	• సౌష్ఠవ, అసౌష్ఠవ ఆకారాల మధ్య తేడాలను వివరించును. • ఇచ్చిన ద్విమితీయ ఆకారపు పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని వివరించును.	• ద్విమితీయ పటాలో పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని వాటి సౌష్ఠవ అక్షాలతో వివరించును.	• పరిసరాలలో పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని గుర్తించును, పరిశీలించును. • ప్రకృతిలోని పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని అభినందించును	• ఇచ్చిన ద్విమితీయ పటాలలోని సౌష్ఠవ అక్షాలను గీయును.
	• ప్రాయోగిక జ్యామితి		• ఇచ్చిన రేఖల జతలు లంబాలో కాదో అంచనా వేయును. • ఇచ్చిన రేఖ, కోణ సమద్విఖండన రేఉఖ అగునో కాదో అంచనా వేయును.			• రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, కోణం మరియు కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన - గుర్తించడం		• క్రమబహుభుజి, సాధారణ బహుజిల మధ్య భేదాలను వివరించును. ఇచ్చిన బహుభుజి క్రమమో కాదో కారణాలు చెప్పును. • త్రిమితీయ ఆకృతుల ముఖాలు, అంచులు శీర్షాల పరంగా వర్గీకరించును. (సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, గోళం, శంఖువు పట్టకం, పిరమిడ్)		• బహుభుజులకు, వాటి పేర్లకు మధ్య సంబంధాలను నెలకొల్పును. • పరిసరాలలో క్రమబహుభుజి ఆకారాల ముఖాలు గల వస్తువులను పరిశీలించును. • పరిసరాలలో నున్న ఘనాలను వాటి పేర్లతో గుర్తించును. • సమ ఘనం, దీర్ఘ ఘనం మరియు స్థూపాలను వాటి వలన చిత్రాల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.	• క్రమబహుభుజులను గీయడానికి సరియైన వస్తువులను ఎన్నుకొనును. తన ఎంపికకు కారణాలు చెప్పును. • త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా కాగితంపై ప్రదర్శించును.
క్షేత్రగణితం	• చుట్టుకొలత భావన మరియు వైశాల్యం పరిచయం	• చతురస్ర మరియు దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలతల వైశాల్యాల సమస్యలను సాధించును.	• ఒక పటం యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల తేడాను వివరించును. • ఇచ్చిన పటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనును.	• చతురస్ర, దీర్ఘచుతరస్రం, చట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలకు సూత్రాలను వివరించును.	• వైశాల్యాల ప్రమాణాలు మరియు మధ్య సంబంధాన్ని నెలకొల్పును.	• బహుభుజి వైశాల్యాన్ని షేడ్ చేయుట ద్వారా సూచించును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
క్షేత్రగణితం		• పద సమస్యలను సాధించును.	• ఒకే వైశాల్యం కలిగి వేరు వేరు చుట్టుకొలత కలిగిన చతురస్రాలకు, దీర్ఘ చతురస్రాలకు ఉదాహరణలిచ్చును. • ఇచ్చిన పటాలలో ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన పటాలను గుర్తించును. • చుట్టుకొలత వైశాల్యాలను కనుగొనుటలో దోషాలను గుర్తించి సవరించును.			
సాంఖ్యకశాస్త్రం	• దత్తాంశ నిర్వహణ	• అవర్గీకృత దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా నిర్మించును.	• పట్టికలోని సమాచారాన్ని పదాలలో వివరించును.	• దిమ్మె చిత్రాల, పటచిత్రాల గుణ-దోషాలను పోల్చును, వివరించును.	• నిత్యజీవితంలో దిమ్మె చిత్రాల, పట చిత్రాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. (సం॥ల వారీ జనాభా, వార్షిక ఆదాయ - వ్యయాల పట్టిక, వ్యవసాయ ఉత్పత్తులు మొ॥నవి).	• దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని పట్టికల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని పట చిత్రాలు, దిమ్మెచిత్రాలలో సూచించును.

7వ తరగతి **విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు**

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యా వ్యవస్థ	• పూర్ణ సంఖ్యలు	• పూర్ణసంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • పూర్ణసంఖ్యలపై పద సమస్యలనుసాధించును.	• సున్నతో భాగాహారం ఎందుకు అర్థరహితమో వివరించును. • పూర్ణసంఖ్యలను, సహజ సంఖ్యలతో పోల్చును, తేడాలు చెప్పును. • సంఖ్యాధర్మాలైన సంవృత సహచర, స్థిత్యంతర మొదలైన వాటికి ఉదాహరణలు, ప్రత్యుదాహరణలు ఇచ్చును.	• పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును. • ఋణ గుర్తును వివిధ సందర్భాలలో వినియోగించును.	• నిత్య జీవిత సందర్భాలలో పూర్ణ సంఖ్యల వినియోగాన్ని కనుగొంటారు. • N, W మరియు Zల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.	• పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించును.
	• భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు	• భిన్నాలపై చతుర్విధ ప్రకియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • అకరణీయ సంఖ్యలపై చతుర్విధ (ప్రాథమిక) ప్రక్రియలకు సంబంధించిన పద సమస్యలను సాధించును.	• అకరణీయ సంఖ్యల, భిన్నాల తేడాలు చెప్పును. • అకరణీయ సంఖ్యలలో సాంద్రత ధర్మాన్ని సమర్థించును.	• అకరణీయ సంఖ్యల అవశ్యకతను వ్యక్తపరచును. • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును.	• భిన్నాలు, అకరణీయ సంఖ్యలు, దశాంశ సంఖ్యల మధ్యగల సహసంబంధ వినియోగాన్ని కనుగొనును.	• అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ పై సూచించును • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• దశాంశ సంఖ్యలకు సంబంధించి అన్ని ప్రక్రియల పై గల సమస్యలను సాధించును. • ప్రమాణాల పరస్పర మార్పిడి చేస్తారు.				
బీజగణితం	• ఘాతాలు – ఘాతాంకాలు	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంక విభజన చేసి ఘాత రూపంలో వ్రాయును.	• సంఖ్యా అమరికలు, క్రమాలు, పరిశీలనల ద్వారా ఘాతాంక న్యాయాలను సాధారణీకరించును.	• $a^x ; x \in z$ ను అవగాహన చేసుకొనును. • పెద్ద సంఖ్యల వినియోగంలో ఘాతాంక రూపాలను వాడును.	• పెద్ద సంఖ్యలను ఘాతరూపంలో వ్రాయుట నందు ప్రధాన కారణాంకాల విభజనను వినియోగించును.	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచును.
	• బీజీయ సమాసాలు • సామాన్య సమీకరణాలు	• బీజీయ సమాసాల పరిమాణమును కనుగొనును. • పూర్ణాంకాలు గుణకాలుగా గల బీజీయ సమాసాల సంకలన, వ్యవకలనాలను చేయును. • ఏకచరరాశి సామాన్య సమీకరణాలకు సంబంధించిన పదసమస్యలను (కేవలం +, –) సాధించును.	• ఏకచరరాశి లేదా రెండు చరరాశుల బీజీయ సమాసాలను క్రమాలను అనుసరించి తయారు చేయును.	• ఏకచరరాశి మరియు రెండు చరరాశులు గల ఏక, ద్వి, మరియు త్రి పరిమాణ బీజీయ సమాసాల సాధారణ రూపాలను వ్రాయును. • నిత్యజీవిత సమస్యలను సామాన్య సమీకరణాల రూపంలోనికి (ఏకచరరాశి గల) మార్చును.	• బీజీయ సమాసాల సంకలన వ్యవకలనాలలో సంవృత, సహచర మరియు స్థిత్యంతర ధర్మాలను వినియోగించును. • నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో సామాన్య సమీకరణాల సాధనను వినియోగించును.	• బీజీయ సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో సూచించును.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
అంకగణితం	• నిష్పత్తి – ఉపయోగాలు	• ఏకవస్తుమార్గం గల పదసమస్యలను సాధించును. • శాతాల భావనలు గల పద సమస్యలను సాధించును. • కాల పరిధి పూర్తి సంIIలలో తెల్పబడిన బారు వడ్డీ పదసమస్యలను సాధించును	• శాతాల రూపంలోనికి మారే దశాంశాలను మరియు దశాంశాల రూపంలోనికి మారే శాతాలను పోల్చును. • నిష్పత్తి, అనుపాతాల సామాన్య ధర్మాలను సూత్రీకరించును.	• భిన్నాలను శాతరూపంలో మరియు దశాంశ రూపంలో వ్యక్తపరచును. వాని వినియోగాన్ని వివరించును.	• లాభ–నష్టాల భావనలను నిజ జీవిత సమస్యల సాధనలో వినియోగించును. • శాతాల సమస్యల సాధనలు అవగాహన చేసుకొని నిజజీవితంలో వినియోగించును.	• భిన్నాలు, దశాంశాలను శాతాలలోనికి, శాతాలను భిన్న మరియు దశాంశ రూపాలలోనికి పరస్పరం మార్పు చేయును.
ద్విమితీయ, త్రిమితియ ఆకారాల అవగాహన రేఖాగణితం	• రేఖలు – కోణాలు • త్రిభుజాల ధర్మాలు • త్రిభుజాల సర్వసమానత్వము • త్రిభుజ నిర్మాణాలు • చతుర్భుజాలు • సౌష్ఠం • ద్విమితీయ – త్రిమితీయ ఆకారాల అవగాహన	• ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజ నిర్మాణము సాధ్యమవునో కాదో కనుగొందురు. • బాహ్యకోణము మరియు ఇతర కోణములలోని ఇవ్వని కోణములను కనుగొంటారు. • త్రిభుజాల సర్వసమానత్వ ధర్మములనుపయోగించి ఇచ్చిన త్రిభుజములలోని సర్వసమాన త్రిభుజాలను గుర్తిస్తారు.	• ఇచ్చిన కోణములలో కోణీయ జతలలోని భేదాలను వివరిస్తారు. • సమాంతర రేఖల ధర్మాలనుపయోగించి ఇచ్చిన రేఖలు సమాంతర రేఖలు అని సరిచూస్తారు. • పేపర్ ఫోల్డింగ్ పద్ధతి నుపయోగించి, సమాంతర రేఖల ధర్మాలనుపయోగించి త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తం ధర్మానికి	• కోణీయ జతలకు ఉదాహరణలిస్తారు. • భుజాలు, కోణాలు ఆధారముగా త్రిభుజములలోని రకములను వివరిస్తారు. • త్రిభుజ బాహ్య కోణధర్మమును వివరిస్తారు. • ద్విమితీయ ఆకృతుల సర్వసమానత్వమును ప్రశంసిస్తారు.	• తన పరిసరాలలోని సమాంతరతను పరిశీలిస్తారు. • త్రిభుజ భావనలును ఉపయోగిస్తారు. • చతుర్భుజాన్ని నిర్వచించడానికి ప్రయత్నిస్తారు. • చతుర్భుజాలను ధర్మాలు మరియు అంతర్గత సంబంధాల	• కోణమును సూచించే విధానమును నేర్చుకుంటారు. • సర్వసమాన త్రిభుజాలను గుర్తులతో సూచిస్తారు. • త్రిమితీయ, ఆకృతులను ద్విమితీయ ఆకృతులుగా గీయగలరు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మిస్తారు. • కోణధర్మాలనుపయోగించి ఇచ్చిన సమస్యలను సాధిస్తారు. • ఇచ్చిన పటమును భ్రమణం చేసి కోణ సౌష్ఠవతను పరిశీలిస్తారు. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనం, దీర్ఘఘనం, శంఖువు, స్థూపం) యొక్క అంచులు, ముఖాలు, శీర్షాలు వలల ఆకృతులను లెక్కిస్తాడు. మరియు గుర్తిస్తారు.	నిరూపణలనిస్తాడు మరియు సరిచూస్తారు. • బాహ్యకోణము అంతరాభిముఖ కోణముల మధ్య సంబంధమును కనుగొంటారు. • కుంభాకార, పుటాకార చతుర్భుజాలను వర్గీకరిస్తారు. • చతుర్భుజ కోణాల మొత్తమునకు సంబంధించిన ధర్మాన్ని పరిశీలించి వివరిస్తారు. • పటములు, వస్తువులనుపయోగించి రేఖీయ పరావర్తన సౌష్ఠవములను పరిశీలిస్తారు. • త్రిమితీయాకృతులు యొక్క అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాలకు ఊహా చిత్రాలు గీస్తారు.	• త్రిభుజము, చతుర్భుజముల మధ్య అంతర్ సంబంధమును వివరిస్తారు. • చతుర్భుజ ధర్మాల ఆధారముగా వాటి రకాలను వివరిస్తారు. • పరావర్తన సౌష్ఠమునకు ఉదాహరణలిస్తారు.	ఆధారముగా వర్గీకరిస్తారు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
క్షేత్రగణితం	• చుట్టుకొలత – వైశాల్యాలు	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యము, పరిధిలపై సమస్యలను సాధిస్తారు.	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజముల మధ్య సంబంధములను గుర్తించి త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుక్కొంటారు. • త్రిభుజ వైశాల్యము నుపయోగించి సమచతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొని అవగాహనచేసుకొంటారు.	• ప్రామాణిక కొలత సహాయముతో భావనను వివరిస్తారు.	• వైశాల్యము, పరిధి భావనలను నిత్య జీవిత సమస్య సాధనలకు ఉపయోగిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రం, బాట వైశాల్యము భావనకు అన్వయిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రాకార, బాట వైశాల్యములను కనుగొంటారు.	
దత్తాంశ నిర్వహణ	• సమాచార సేకరణ • అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం • దిమ్మ చిత్రాలు, వృత్త చిత్రాలు	• అవర్గీకృత దత్తాంశమును, వర్గీకృత దత్తాంశముగా వ్రాస్తారు. • అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు, అంకమధ్యం, మధ్యగతం, బాహుళకం కనుగొంటారు.	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును అవగాహన చేసుకొంటారు.	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకములను వివరిస్తారు.	• నిత్యజీవితములో సగటు, మధ్యగతము, బాహుళకముల ఉపయోగములను అవగాహన చేసుకొందురు. • నిత్యజీవితంలో దిమ్మచిత్రాలు వృత్తచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ఉపయోగమును అవగాహన చేసుకొందురు. (బడ్జెట్, జనాభా, పంటల ఉత్పత్తి)	• అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంను సూచిస్తారు. • ఇచ్చిన దత్తాంశమును దిమ్మచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ద్వారా సూచిస్తారు.

విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యా వ్యవస్థ	• సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం • అకరణీయ సంఖ్యలు • వర్గ సంఖ్యలు • ఘన సంఖ్యలు • వర్గమూలాలు • ఘనమూలాలు	• విద్యార్థులు 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను 'విస్తరణ రూపం'లో రాయగలుగుతారు. • విద్యార్థులు 'సంఖ్యా పజిల్స్‌ను సాధించగల్గుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క గుణిజములను, కారణాంకములను కనుగొనగలుగుతారు. • 2 లేదా 3 అంకెల సంఖ్యలకు సంబంధించిన సమస్యలను (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11) సంఖ్యల భాజనీయతా సూత్రములనుపయోగించి సాధిస్తారు. • అకరణీయ సంఖ్యలకు సంబంధించిన (పద / సంఖ్యా) సమస్యలను సాధించగల్గుతారు.	• 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను అవగాహన చేసుకొని వాటి యొక్క సాధారణ రూపంను రాయగలుగుతారు. • భాగహార సమస్యలను సాధించునప్పుడు పిల్లలు చేసే తప్పులను ఫలితములను భాజనీయతా సూత్రములనుపయోగించి సరిచూసుకోగలుగుతారు. • అకరణీయ సంఖ్యా ధర్మములను అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు మరియు సరిచూడగలుగుతారు. • రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అనంతమైన అకరణీయ సంఖ్యలుంటాయని అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు.	• 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను వివరించగలుగుతారు. • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ భిన్నములుగా, దశాంశ భిన్నములను అకరణీయ సంఖ్యలుగా మార్చగలుగుతారు. • వర్గ సంఖ్యలు, ఘన సంఖ్యలు మరియు పైథాగరస్ త్రికములను వివరించగలుగుతారు. • ఘన సంఖ్యలు, వర్గ సంఖ్యలను ఘాతరూపంలో వ్యక్తపరచగలుగుతారు. • వర్గ మూలాలు, ఘన మూలాలు ఆవశ్యకమైన గుర్తులను ఉపయోగించి రాయగలుగుతారు.	• వివిధ భావనలు, వివిధ ప్రక్రియలలో కూడిఉన్న పజిల్స్‌ను సాధించగలుగుతారు. • వివిధ భావనలు, వివిధ ప్రక్రియలలో ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలకు చెందిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యల వర్గమూలాలు వరుస బేసి సంఖ్యలు తీసివేయడం ద్వారా లేదా ప్రధాన కారణాంక విభజన ద్వారా భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనగలుగుతారు.	• సంఖ్యారేఖపై అకరణీయ సంఖ్యలను సూచించగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• ఆవర్తిత, అంతములేని దశాంశ భిన్నములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలుగుతారు. (విపర్యంగానూ) • రెండు సంఖ్యల మధ్యలో ఉండే పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్యలను కనుగొనగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క వర్గమూలమును కనుగొనగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క ఘనమూలమును కనుగొనగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఏవి పరిపూర్ణ వర్గసంఖ్యలో ఊహించి తగిన కారణములు చెప్పగలుగుతారు. • వర్గ సంఖ్యల ధర్మాలను అవగాహన చేసుకొని సరిచూడగలుగుతారు. • వర్గ సంఖ్యలలోని అమరికను గుర్తించగలుగుతారు మరియు విస్తరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్యలు పైథాగరస్ త్రికములు అవునో? కాదో? పరిశీలించగలుగుతారు. • పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్యలు కాని సంఖ్యల యొక్క వర్గమూలములను అంచనావేయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన సంఖ్య పరిపూర్ణ ఘనసంఖ్యలా. కావా? గుర్తించగలుగుతారు.		• వరుస బేసి సంఖ్యల సంకలనం ద్వారా ఘనమూలములు కనుగొనగలరు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			• పరిపూర్ణ ఘన సంఖ్యల అమరికను అవగాహన చేసుకొని వాటిని ఇతర సంఖ్యలకు సాధారణీకరణం చేయుటకు ఉపయోగిస్తారు. • ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క ఘనమూలమును అంచనావేయగల్గుతారు.			
బీజగణితం	• ఘాతాలు మరియు ఘాతాంకాలు • బీజీయ సమాసాలు • ఏకచరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలు • కారణాంక విభజన	• ఘాతాంకాల నియమాలను ఉపయోగించి సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • బీజీయ సమాసాల సంకలనం, వ్యవకలనంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • బీజీయ సమాసాల (ఏకపది–ఏకపది, ఏకపది–ద్విపది, ద్విపది–ద్విపది) గుణకారంనకు చెందిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• ఘాతాంక న్యాయాలను అవగాహన చేసుకొని సరిచూడగలుగుతారు. • ఘాత రూపంలోని సంఖ్యలను సూక్ష్మ రూపంలో మార్చి తగిన కారణములను తెలుపగలుగుతారు. • ఒకే భూమి కలిగిన వివిధ ఘాతరూపంలోని సంఖ్యలను ఘాతాంక భావనలుపయోగించి (పెద్దది, చిన్నది) పోల్చగలుగుతారు.	• "ఘాతాంకం", "భూమి" మొదలగు పదాల గురించి వివరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన ఘాతం యొక్క భూమి, ఘాతాంకాలను చెప్పగలుగుతారు. • చాలా చిన్న (సూక్ష్మ) విలువలు కలిగిన సంఖ్యలను ఋణ ఘాతాంకాల నుపయోగించి చెప్పగలుగుతారు. • సంఖ్యల సాధారణ రూపం నుండి ఘాతాంక	• బీజీయ సమాసాలతో, వివిధ భావనలు, వివిధ ప్రక్రియలు కలిగి ఉన్న ఘాతాంకాలకు చెందిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • జ్యామితీయ భావనలు ఉపయోగించి బీజీయ న్యాయాలు సరిచూడగలుగుతారు. • బీజగణిత భావనలు, అంకగణిత భావనలు,	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• బీజీయ న్యాయాలు ఉపయోగించి సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • ఒకవైపు మరియు రెండువైపుల చరరాశి కలిగి ఉన్నటువంటి బీజీయ సమీకరణాలను సాధంచగలుగుతారు. • సమీకరణ సామాన్య రూపంను రేఖీయ సమీకరణ రూపంలోకి మార్చి దాని ఆధారంగా సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• బీజీయ సమాసాలలో సజాతి / విజాతి పదాలను వేరుచేయ గలుగుతారు. • బీజీయ సమాసాలకు చెందిన సమస్యల సాధనలోని ఫలితాలను అంచనావేసి తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు. • బీజీయ న్యాయాలను సరిచూడగలుగుతారు.	రూపంలోకి, ఘాతాంక రూపంలోనున్న సంఖ్యలను సాధారణ రూపంలోకి మార్చగలుగుతారు. • బీజీయ న్యాయాలను రాయగలుగుతారు. వాటిని గురించి వివరించగలుగుతారు. • ఏక చరరాశిలో రేఖీయ సమీకరణాలకు ఉదాహరణలు ఇవ్వగలుగుతారు.	జ్యామితీయ భావనలు ఉపయోగించి రేఖీయ సమీకరణాలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	
అంకగణితం	• అనుపాతమును ఉపయోగించి రాశులను పోల్చడం. • అనులోమ మరియు విలోమ అనుపాతం – అవగాహన	• ఇచ్చిన నిష్పత్తులకు బహుళ నిష్పత్తిని కనుగొనగలుగుతారు. • బహుళ నిష్పత్తికి సంబంధించిన పద సమస్యల సాధించగలుగుతారు. • లాభనష్టములు, శాతము, శాతంలో పెరుగుదల /	• ఇచ్చిన సందర్భము లేదా సమస్య నుండి శాతము, లాభనష్టములు, డిస్కౌంట్‌లను అంచనావేయగలుగుతారు. తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు.	• బహుళ నిష్పత్తికి సంబంధించి నిత్యజీవిత ఉదాహరణల ఇవ్వగలుగుతారు. • శాతం, లాభము, నష్టము, డిస్కౌంటు, సాధారణవడ్డీ, చక్రవడ్డీల గురించి సూత్రరూపంలో తెలిపి వివరించగలుగుతారు.	• శాతము, లాభము, నష్టము, డిస్కౌంటు, పన్ను మొదలగు వివిధ భావనల యొక్క అనువర్తనాలతో నున్న సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	• –

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		తగ్గుదల, రుసుము (డిస్కౌంట్) లకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలుగుతారు. • సాధారణ వడ్డీ మరియు చక్రవడ్డీలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • అనులోమానుపాతం మరియు విలోమానుపాతంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • కాలం-పని; కాలం-దూరంనకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	• సాధారణ వడ్డీకి, చక్రవడ్డీకి మధ్య గల భేదమును అవగాహన చేసుకొంటారు. • కాలం-పని; కాలం-దూరం / సంబంధించిన అనులోమ / విలోమ అనుపాతాలకు చెందిన సమస్యల సాధనలో సోపానాలకు, ఫలితాలకు తగిన కారణములు తెలుపగలరు.	• ఇచ్చిన భావనలకు (నిష్పత్తులు, అనుపాతం మొదలగునవి) సంబంధించిన నూతన సమస్యలు రూపొందించగలుగుతారు.	• అనులోమ, విలోమానుపాతం (Mixed prob- lems) లకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	
జ్యామితి (రేఖాగణితం)	• చతుర్భుజ నిర్మాణాలు - అవగాహన • త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకారాలు - గీయడం - అవగాహన	• ఇచ్చిన త్రిమితీయ ఆకారాల అంచులు, ముఖాలు, శీర్షాలు గుర్తించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన కొలతలకు చతుర్భుజం నిర్మించగలరో? లేదో? కారణాలు తెలుపగలరు.	• చతుర్భుజాల ధర్మాలను వివరించగలుగుతారు. • చతుర్భుజ నిర్మాణాల నిర్మాణంలోని సోపానాలు వివరించగలుగుతారు.	• చతుర్భుజాల నిర్మాణంలో త్రిభుజ భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన కొలతల ఆధారంగా చతుర్భుజాలను నిర్మించి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• జ్యామితీయ ఆకారాలు / పటాలు అన్వేషణ - అవగాహన	• త్రిమితీయ ఆకారాలకు (వైశాల్యం, కొలతలు మొ॥నవి) సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • చుక్కల కాగితం (ఐసోమెట్రిక్) పై ఇచ్చిన త్రిమితీయ ఆకారంలోని ప్రమాణఘనాలను గుర్తించి లెక్కించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన త్రిమితీయ ఆకారాలకు సంబంధించిన ద్విమితీయ వలరూపాలు (Nets) ఎన్నుకొని తగిన కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• అంచులు, ముఖాలు మొదలగు వాటి ఆధారంగా త్రిమితీయ ఆకారాలను గురించి వివరించగలుగుతారు. • త్రిమితీయ ఆకారాలు గల వస్తువులకు (ఘనం, దీర్ఘఘనం, బహుభుజ మొదలగునవి) ఉదాహరణలు ఇవ్వగలుగుతారు. • బహుభుజికి యూలర్ సూత్రమును వివరించగలుగుతారు.	• త్రిమితీయ ఆకారాలకు సంబంధించిన వివిధ భావనలతో (చతురస్రం, వృత్తం, త్రిభుజాల వైశాల్యాలు, చుట్టుకొలతలు మొ॥) కూడి సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• చుక్కల కాగితం (2D isometric dot paper) పై త్రిమితీయ ఆకారాలను గీయగలుగుతారు. • ఇచ్చిన త్రిమితీయ ఆకారానికి తగిన ద్విమితీయ (Net shape) ఆకారాన్ని గీయగలుగుతారు.
		• త్రిభుజాల సరూపకత, సర్వసమానత్వమునకు సంబంధించిన పదసమస్యలను సాధించగలుగుతారు.	• త్రిభుజాలలో సర్వసమానతను గుర్తించి తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు. • ఇచ్చిన పటముల సరూపతను పరీక్షించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన రెండు పటముల సర్వసమానత్వమును, ఇచ్చిన రెండు పటముల సరూపకతను గురించి వివరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన పటం యొక్క సరూప విస్తరణ నిర్మాణం గురించి వివరించగలుగుతారు.	• వివిధ జ్యామితీయ భావనలుపయోగించి ఎత్తు, దూరాలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన పటం యొక్క సరూప విస్తరణ పటాన్ని గ్రాఫు కాగితంపై ప్రాతినిధ్యపరుచ గలుగుతారు. • ఇచ్చిన పటానికి సరూప విస్తరణ రూపాన్ని నిర్మించ గలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			• సరూపకత, సర్వసమానత్వముల మధ్య తేడాలను తెలుపగలుగుతారు.	• సౌష్టవ రేఖల గురించి వివరించి, ఉదాహరణలు (ఒకటి కంటే ఎక్కువ సౌష్టవ రేఖలు ఉన్నవి) ఇవ్వగలుగుతారు. • రేఖీయ, భ్రమణ, బిందు సౌష్టవతను గురించి వివరించగలుగుతారు.		• ఇచ్చిన పటానికి సౌష్టవ రేఖలు గీయగలుగుతారు.
క్షేత్రగణితం	• సమతల పటాల వైశాల్యం - అవగాహన. • ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణాలు - (ఘనం, దీర్ఘఘనం) అవగాహన.	• చతుర్భుజాల (సమలంబ చతుర్భుజం, సమచతుర్భుజం, సమాంతర చతుర్భుజం, వృత్తం, వృత్తాకారబాట, అర్ధవృత్తం, సెక్టార్‌ల వైశాల్యం, పొడవులకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనం మొదలగువాటికి సంబంధించిన ఉపరితలవైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణాలు సమస్యలు సాధించుట	• ఇచ్చిన చతుర్భుజం రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా విభజించబడుతుందా? లేదా? గుర్తించి తగిన కారణములను తెలుపగలుగుతారు. • ప్రక్కతల వైశాల్యం, సంపూర్ణతల వైశాల్యంల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తించగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం మరియు ఘనంల యొక్క సంపూర్ణతలవైశాల్యం, ప్రక్కతల వైశాల్యంలలోని తేడాలు, పోలికలు	• వివిధ చతుర్భుజాల (సమలంబ చతుర్భుజం, సమచతుర్భుజం, సమాంతర చతుర్భుజం, వృత్తం, సెక్టార్, త్రిభుజం, చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రం మొ॥వి) వైశాల్యాల సూత్రాలు తెలిపి వివరించగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనంలకు ఉదాహరణలు ఇవ్వగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనముల సంపూర్ణతల వైశాల్యం,	• వివిధ బీజగణిత, అంకగణిత, రేఖాగణిత భావనలతో, వివిధ ప్రక్రియలను ఉపయోగించి సమతల పటాల వైశాల్యములకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • దీర్ఘఘనం, ఘనంల యొక్క ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణములకు సంబంధించిన	• చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రం, సమచతుర్భుజం, సమలంబ చతుర్భుజం మొదలగు వాటిని గ్రాఫ్‌కాగితంపై గీసి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		ద్వారా కనుగొనగలుగుతారు.	అదేవిధంగా పైవాటి ఘనపరిమాణాల మధ్య తేడాలు, పోలికలు, సంబంధాలు తెలుపగలుగుతారు.	ప్రక్కతల వైశాల్యం, ఘనపరిమాణముల సూత్రములు తెలిపి వివరించగలుగుతారు.	సమస్యల సాధనలో బీజగణిత, రేఖాగణిత భావనలు మరియు వివిధ ప్రక్రియలను ఉపయోగించుకో గలుగుతారు.	
దత్తాంశ నిర్వహణ	• పౌనఃపుణ్య విభాజన పట్టికలు • రేఖా చిత్రములు (గ్రాఫులు) అవగాహన	• అవర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతం మరియు బాహుళకమును కనుగొనుటకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలగుతారు. • విచలన పద్ధతిలో అంకమధ్యమమును కనుగొనగలుగుతారు. • సమాచార విశ్లేషణ ద్వారా నిర్ధారణలు చేయగలగడం, ఇచ్చిన సమాచారానికి - వర్గీకృత పఃనఃపున్య విభాజనం పట్టికను నిర్మించగలుగుతారు.	• అవర్గీకృత దత్తాంశంనకు సంబంధించిన అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతంను అంచనావేయగలుగుతారు, సరిచూడగలుగుతారు. • సమాచారాన్ని విశ్లేషించి తగిన వివరణలు రాయగలుగుతారు.	• అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం మొదలగు పదాలను వివరించగలుగుతారు, వాటికి సూత్రాలను తెలిపి వివరించగలుగుతారు. వాటి లాభాలను, నష్టాలను వివరించగలుగుతారు. • వర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క ఆవశ్యకత, పరిధిని గురించి వివరించగలుగుతారు.	• అవర్గీకృత, వర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క అంకగణిత మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకంలకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో వివిధ అంకగణిత, బీజగణిత భావనలను ఉపయోగించుకో గలుగతారు. • సమస్యాసాధనల్లో అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకంల మధ్య సంబంధాలనేర్పరచి ఉపయుపయోగించ గలుగుతారు.	• ఇచ్చిన దత్తాంశమునకు పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలు తయారు చేయగలుగుతారు. • సంచితపౌనఃపున్య పట్టికలు తయారు చేయగలుగుతారు. • సోపాన రేఖా చిత్రాలు, పౌనఃపున్య బహుభుజినిర్మాణం, పౌనఃపున్యవక్రములు, సంచిత పౌనఃపున్య వక్రములు మొ॥నవి వాటి ద్వారా ఇచ్చిన దత్తాంశమును ప్రాతినిధ్యపరచ గలుగుతారు.

9వ తరగతి **విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు**

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యావ్యవస్థ	• వాస్తవ సంఖ్యలు	• విద్యార్థులు ఇచ్చిన రెండు అకరణీయల మధ్యనున్న అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొంటారు. • వాస్తవ సంఖ్యలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు. (సంయుగ్మకరణి లేదా అకరణీయ కారణాంకమును ఉపయోగించి ఇచ్చిన వాస్తవ సంఖ్య యొక్క హారమును అకరణీయం చేయుట.	• ఇచ్చిన సంఖ్యలు (కరణీయ / అకరణీయ)ను పోల్చి దానికి గల కారణములను వివరిస్తారు. • కరణీయ, అకరణీయ సంఖ్యలను వేరుపర్చగల్గుతారు.	• అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంములో మార్చుతారు / వ్యక్తపరుస్తారు. • కరణీయ / అకరణీయ సంఖ్యలు / కరణులకు చెందిన ఉదాహరణిలిస్తారు.		• సంచిక ఆవర్థనము నుపయోగించి సంఖ్యారేఖపై ఆవృత, అనావృత దశాంశ భిన్నములను ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు. • కరణీయ / అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించగలుగుతారు.
బీజగణితం	• బీజీయసమాసాలు • రెండు చరరాశులలో ఏకఘాత సమీకరణములు	• బహుపదులకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు. (చరరాశి విలువను కనుగొనడం, బహుపదుల శూన్యవిలువలను కనుగొనడం, బహుపదుల భాగాహారం కారణాంక విభజన.	• వివిధ బహుపదులను వర్గీకరణ చేయడం (ఏకపదులు, ద్విపది) మరియు ఉదాహరణలివ్వడం. • శేష సిద్ధాంతం, కారణాంక సిద్ధాంతము నుపయోగించి బహుపదుల	• బీజీయ సమాసములోని పదముల సంఖ్య ఆధారముగా ఏకపది, ద్విపదులుగా వ్యక్తపరిచి వాటిని వివరించడం మరియు ఉదాహరణలివ్వడం. • శేష సిద్దాంతం, కారణాంక సిద్ధాంతమును వివరించడం.	• రేఖీయ సమీకరణములను ఉపయోగించి దైనందిన కార్యక్రమాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం. (బీజగణిత, అంకగణిత భావనలనుపయోగించి)	• గ్రాఫు కాగితముపై రెండు చరరాశులలో ఉన్న లేక ఘాత సమీకరణములను ప్రాతినిధ్యపరచడం మరియు ఆ గ్రాఫును చదవడం. • x-అక్షమునకు, y-అక్షమునకు

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• శేష సిద్ధాంతం, కారణాంక సిద్ధాంతము నుపయోగించి బహుపదులకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం. • రెండు చరరాశులలో యున్న ఏకఘాత సమీరణములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం.	భాగాహారమును కారణాంకములుగా రాయడంను పరిశీలించడము. • బీజీయ సర్వసమీకరణములను పరిశీలించడం. • ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణముల సాధనలను పరిశీలించడం.	• రెండు చరరాశులలో యున్న ఏకఘాత సమీకరణములను గుర్తించి, వివరించడం. • దైనందిన కృత్యములను రేఖీయ సమీకరణ రూపములో వ్యక్తపరచడం.		సమాంతరముగా యున్న రేఖలను సూచించు రేఖీయ సమీకరణములను గీయడం
నిరూక రేఖా గణితం	• నిరూపక వ్యవస్థ • నిరూపక తలముపై బిందువులను గుర్తించడం		• నిరూపక తలములోని బంధువుల స్థానములను సరిచూడడం.	• నిరూపకములోని బిందువు యొక్క ప్రథమ నిరూపకం, ద్వితీయ నిరూపకమును గుర్తించడము x–నిరూపకము, y–నిరూపకమును చెప్పడం. • హాండలీకరణమును ఉపయోగించి బిందువును వ్యక్తీకరించడం (i.e. : (x, y))	• నిరూపకతలములో ఇచ్చిన వివిధ బిందువులను కలిపి ఏర్పడిన జ్యామితీయ పటముల యొక్క వైశాల్యములను కనుగొనడం (గ్రాఫు కాగితమును ఉపయోగించి)	• నిరూపకతలములో ఇచ్చిన బిందువును గుర్తించాలి.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
రేఖాగణితం	• రేఖాగణిత మూలాలు • సరళరేఖలు మరియు కోణములు • త్రిభుజములు • చతుర్భుజములు • వైశాల్యములు • వృత్తములు • జ్యామితీయ నిర్మాణములు	• రేఖీయ ద్వయంనకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం.	• సిద్ధాంతములను నిరూపణచేయడం (ఏ రెండు విభక్త సరళరేఖలు ఒకటి కంటే ఎక్కువ ఉమ్మడి బిందువును కల్గి యుండదు. • ఇచ్చిన పరిస్థితులకు అనుగుణముగా స్వీకతములను రాసి, పరిశీలించడం. • ఖండనరేఖలు, మిళితరేఖలను భేదీకరించడం. • సరళరేఖ, తిర్యగ్రేఖలనుపయోగించి సిద్ధాంతములను నిరూపణచేయడం. (త్రిభుజములో మూడు కోణముల మొత్తము 180^0) • జ్యామితీయ నిర్మాణములను నిర్మాంచేటప్పుడు సోపాన క్రమమునకు అవసరమైన కారణములు చెప్పడం.	• నిత్యజీవిత సంఘటనలు, అనుభవాల ద్వారా స్వీకృతములను చెప్పడం. • యూక్లీడియన్ రేఖాగణితమును, స్వీకృతములను ప్రశంసించడం. • ఖండన రేఖలను, అఖండిత రేఖలను గుర్తించడము, వాటిని వివరించగల్గడం. • కోణములలోని రకములను గుర్తించి, వాటిని గురించి వివరించడం. • రేఖీయ ద్వయంను గూర్చి వివరించడం. • జ్యామితీయ నిర్మాణములలోని సోపాన క్రమమును వివరించడం.	• బీజగణిత, అంకగణిత ఆధారిత కోణములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం. • తిర్యగ్రేఖకు సంబంధించిన వివిధ సమస్యలను సాధించడం.	• ఇచ్చిన కొలతలతో జ్యామితీయ నిర్మాణములు చేయడం.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• త్రిభిజ సర్వసమానత్వమునకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తాడు. • సమాంతర చతుర్భుజమునకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తాడు.	• త్రిభుజ సర్వసమానత్వమునకు మరియు త్రిభుజమునకు సంబంధించిన అసమీకరణములకు సరియైన కారణములు చెపుతాడు. • త్రిభుజ సర్వ సమానత్వమునకు సంబంధించిన సిద్ధాంతములను ఋతువుచేస్తాడు. • సర్వసమానత్వ నియమాలు (SAS, ASA, SSS, AAS, RHS మొ॥)ను సరిచూస్తాడు. • సమాంతర చతుర్భుజములోని కోణములను కనుగొని వాటికి సరియైన కారణములను తెలుపుతాడు.	• త్రిభుజాల సర్వ సమానత్వమును త్రిభుజ సర్వ సమానత్వ నియమాలను వివరిస్తాడు. • సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలను వివరిస్తాడు.	• సర్వసమానత్వ నియమాలను జ్యామితీయ సమతల పటాలకు అనువర్తింపజేస్తాడు.	• ఒక జ్యామితీయ పటము యొక్క భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడు నూతన పటమును ప్రాతినిధ్యపరుస్తాడు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• త్రిభుజవైశాల్యములు, చతుర్భుజ వైశాల్యములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తాడు.	• త్రిభుజమునకు సంబంధించిన త్రిభుజ మధ్యబిందువు సిద్ధాంతము, సమాంతర చతుర్భుజమునకు సంబంధించిన ప్రవచనములను రాసి వాటిని సరిచూస్తాడు. • సిద్ధాంతములను (ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య నున్న సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యములు సమానం) మొ॥ ఋజువు చేసి, పరిశీలిస్తాడు.	• సర్వ సమానత్వమునకు, సరూపతకు మధ్యగల భేదములను వివరిస్తాడు.		• ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజ పరివృత్తమును నిర్మిస్తాడు.
		• వృత్తముపై ఒక బిందువు వద్ద వృత్త చాపము చేయుకోణములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు. • వృత్తములో అధిక చాపం, అల్పచాపము చేయుకోణములకు	• వృత్తముపై ఒక బిందువు వద్ద వృత్త జ్యా చేయుకోణములకు సంబంధించిన సిద్ధాంతములను ఋజువుచేస్తాడు. • అధికచాపము, అల్పచాపము, వృత్తజ్యా	• తను గమనించిన, నేర్చుకొన్న గణిత అంశములను గణిత పరిభాషలో వ్యక్తీకరిస్తాడు.	• వృత్తచాపము చేయు కోణములను వృత్యజ్యా చేయు కోణములతో అనుసంధాన పరుస్తాడు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తాడు. • చక్రీయ చతుర్భుజములోని కోణములకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తాడు.	చేయు కోణములు, చక్రీయ చతుర్భుజవలలోని కోణములను గూర్చి సరియైన కారణములను తెలియజేస్తాడు.	• నిర్మాణ క్రమములోని సోపానములను వివరిస్తాడు. a) ఒక రేఖా ఖండము యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖ a) ఇచ్చిన కోణము యొక్క కోణ సమద్విఖండనరేఖ a) మరియు త్రిభుజము	• సమస్యాసాధనలో అతడు గమనించిన అంశాల సాధారణీకరణమును వివిధ సందర్భాలలో ఏర్పడు కోణములకు అనుసంధానము చేస్తాడు.	• a) ఇచ్చిన రేఖా ఖండము యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖ మరియు b) ఇచ్చిన కోణము యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మిస్తాడు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
క్షేత్రమితి	• ఉపరితల వైశాల్యం మరియు ఘనపరిమాణం	• ఘనం, దీర్ఘఘనం, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళం, అర్ధగోళం మరియు క్రమ వృత్తాకార స్థూపం / శంఖువు యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము, ఘనపరిమాణములకు సంబంధంచిన సమస్యా సాధన చేయడం.	• ఘనం, దర్ఘీఘనం, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళము, అర్ధగోళము మరియు క్రమ వృత్తాకార స్థూపం యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము, ఘనపరిమాణములను పోల్చడం.	• ఘనం, దీర్ఘఘనం, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళం, అర్ధగోళము, క్రమవృత్తాకార స్థూపము యొక్క సంపూర్ణతలవైశాల్యం, ఘనపరిమాణముల సూత్రములను వివరించడం. • ఇచ్చిన జ్యామితీయ పటాల సంపూర్ణతల వైశాల్యం మరియు ఘన పరిమాణముల మధ్య సంబంధమును వివరించడం.	• అంకగణిత, బీజగణిత అంశములకు సంబంధించినన జ్ఞానము, పరిక్రియల పై ఆధారపడి యున్న ఘనం, దీనిర్ఘఘనం, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళం, అర్ధగోళము, క్రమవృత్తాకార స్థూపం యొక్క వైశాల్యము, ఘనపరిమాణమునకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడం. • ఘనము, దీర్ఘఘనము, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళము యొక్క వైశాల్యం, ఘనపరిమాణముల మధ్య	• ద్విమితీయ ఆకారములోయున్న వల ఆకృతులపై త్రిమితీయ పటములు (ఘనము, దీర్ఘఘనం, పట్టకం, స్థూపం, శంఖువు, గోళం మొదలగునవి)ను ప్రాతినిధ్యపరచడం.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
					సంబంధంలను ఏర్పరచడం, వాటి ఆధారముగా త్రిమితీయ పటముల యొక్క వైశాల్యము, ఘనపరిమాణములను కనుగొనడం.	
సాంఖ్యకశాస్త్రము మరియు సంభావ్యత	• సాంఖ్యక శాస్త్రము	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం మరియు బాహుళకమును లెక్కిస్తాడు. • ఇచ్చిన దత్తాంశము యొక్క సగటును విచలనపద్ధతిలో కనుగొంటారు.	• సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును అంచనావేసేటప్పుడు అతని నిర్ణయాలకు కారణములను చెప్తాడు. • ఇచ్చిన అవర్గీకృ దత్తాంశము యొక్క సగటు మరియు మధ్యగతంను అంచనావేస్తాడు మరియు సరిచూస్తాడు.	• ఇచ్చిన దత్తాంశము యొక్క సగము, మధ్యగతం మరియు బాహుళకమును కనుగొనే సందర్భములలో ఆ పదల యొక్క అర్థము, వాటిని కనుగొనడానికి అవసరమైన సూత్రములు అందులోని పదముల వివరణను ఇస్తాడు. మరియు సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకం యొక్క ఉపయోగములు, నిరుపయోగములను వివరిస్తాడు. • వర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క పరిధి మరియు ఆవశ్యకతను వివరిస్తాడు.	• సమస్యా సాధనలో సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకములను అనుసంధానము చేస్తాడు. • సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకములను కనుగొనే సందర్భములో అవసరమైన అంకగణిత, బీజగణిత భావనలతో అనుసంధానము చేస్తారు.	• ఇచ్చిన దత్తాంశమునకు పౌనఃపున్య విభజన పట్టికలు మరియు సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికలను తయారుచేస్తారు. • దత్తాంశంను పౌనఃపున్యపటాలలో ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు (పౌనఃపున్య సోపాన చిత్రాలు బహుభుజులు మొ॥నవి)

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• సంభావ్యత	• యాదృచ్ఛిక ప్రయోగములో ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతనకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.	• ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యతను అంచనావేస్తాడు మరియు దానికి గల కారణములను వివరిస్తాడు. • ఆగమన, నిగమన పద్ధతిలో ఆలోచనపై ఆధారపడి రాయబడిన గణిత వాక్యములను - పరిశీలనను సాధారణీకరణము చేస్తారు. • వివిధ గణిత వాక్యములను, వాటి భావనలను సహేతుకముగా వివరిస్తారు. • గణిత ప్రవచనములను ఋజువుచేస్తారు మరియు సరిచూస్తారు.	• యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం, యత్నం, ఘటన వంటి పదాలను వివరిస్తాడు. • సంభావ్యతకు సంబంధించిన వాక్యములను గణిత పరిభాషలో వ్యక్తపరుస్తాడు. • గణిత సాధారణీకరణములను గణిత పరిభాషలో వ్యక్తీకరిస్తారు.	• ముందు తరగతిలో నేర్చుకొన్న అంకగణిత భావనలను సంభావ్యతకు సంబంధించిన సమస్యా సాధనలో, అవగాహన చేసుకోవడములో అనుసంధానము చేస్తాడు. • సాధారణీకరణము లను వివిధ సందర్భాలలో వివిధ భావనలతో అనుసంధానము చేస్తారు.	• యాదృచ్ఛిక ప్రయోగములో వచ్చిన పర్యవసనాలను పట్టిక రూపంలో పొందుపరుస్తాడు.

10వ తరగతి

విద్యా ప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
సంఖ్యా వ్యవస్థ	• వాస్తవ సంఖ్యలు	• ప్రధాన కారణాంక పద్ధతులనుపయోగించి క.సా.గు., గ.సా.భా.ను కనుగొనే సమస్యా సాధన చేయడం. • అకరణీయ సంఖ్యలు, కరణీయ సంఖ్యలు, సంవర్గమానములకు సంబంధించిన సమస్య సాధన చేస్తారు.	• అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును అవగాహన చేసుకొని, సరిచూచి, ఈ సిద్ధాంతమునకు సంబంధించిన సమస్యలకు కారణములు, నిరూపణలు చేయడము చేస్తారు. • $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ... మున్నగు కరణీయ సంఖ్యల కరణీయతను నిరూపణ చేస్తారు. వాస్తవసంఖ్యలను అర్హత, అనర్హత దత్తాంశ భిన్నములుగా వ్యక్తపరచడము - దానికి గల కారణములు చేస్తాడు. • వాస్తవ సంఖ్యల యొక్క ధర్మాలను అవగాహన చేసుకొంటారు మరియు సరిచూస్తారు.	• అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును వివరించి ఉదాహరణలిస్తారు. • భాగాహారము లేకుండా ఇచ్చిన అకరణీయ సంఖ్యలను అర్హత దశాంశ భిన్నముగా గాని, అనావృత దశాంశ భిన్నముగా వ్యక్తపరుస్తాడు. • ఘాతరూపములో యున్న భావనలను సంవర్గమానములుగా, సంవర్గమానములను ఘాతరూపములో వ్యక్తపరుస్తాడు. • సంవర్గమానము ఆవశ్యకత, సంవర్గమానము యొక్క సూత్రములు, వాటి మధ్యనున్న సంబంధమును వివరిస్తారు.	• వాస్తవ సంఖ్యలలోని వివిధ భావనలను అనుసంధానము చేస్తారు. • సంవర్గమాన సూత్రములలో ఒక దానిని మరో సూత్ర ఉత్పాదనలో అనుసంధానము చేస్తారు. • సంవర్గమాన భావనలను నిత్యజీవిత సంఘటనలతో అనుసంధానము చేస్తారు.	• కరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			• ఆగమన తార్కిక, నిగమన తార్కితను ఆధారముగా చేసుకొని ఏర్పడిన భావనల సాధారణీకరణం చేసి సంవర్గమానము భావనల నియమాలను, సూత్రములను ఋజువుచేస్తారు మరియు సరిచూస్తారు.			
	• సమితులు		• ఇచ్చిన ప్రవచనములు సమితులేనా? కావా? అనుదానిని పరిశీలించి సరిచూడ కల్గుతాడు. • సమసమితులు ను గుర్తించి దానికి గల కారణములను తెలియజేస్తాడు. • రెండు వియక్త సమితుల ఛేదనను ఒక శూన్య సమితిగా గుర్తించి వివరణ ఇవ్వగలుగుతాడు.	• సమితుల భావనకు ఉదాహరణలిస్తాడు. • ఇచ్చిన సమితిని సమితి నిర్మాణ రూపము మరియు జాబితారూపములో వ్యక్తపరుస్తాడు. • సమితులను నిర్వచించడానికి, రాయడానికి అవసరమైన గుర్తులను, సంజ్ఞలను గుర్తించి పరిస్థితులకనుగుణముగా వినియోగిస్తాడు. • ఉపసమితుల గూర్చి వివరణ ఇస్తాడు.	• సమితి భావనను నిత్యజీవిత సంఘటనలతో అనుసంధానము చేస్తాడు. • అంకగణిత, బీజగణిత భావనలను సమితి భావనల అనుసంధానపరుస్తాడు.	

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
బీజగణితం	• శ్రేఢులు	• అంకశ్రేఢిలోని కోరిన పదమును కనుగొంటాడు మరియు పదభేదమును లెక్కిస్తాడు. • అంకశ్రేఢిలోని nవ పదమును కనుగొంటాడు మరియు మొదటి n పదముల మొత్తమును కనుగొంటారు. • గుణశ్రేఢిలోని nవ పదమును కనుగొంటాడు.	• అంకశ్రేఢిలోని nవ పదభేదమునకు మరియు గుణశ్రేఢిలోని nవ పదము మరియు సామాన్య నిష్పత్తులకు సాధారణీకరణము చేసి వాటిని సూత్రరూపములో రాయగల్గుతారు. • అంకశ్రేఢిలోని n పదముల మొత్తమునకు సూత్ర ఉత్పాదన చేస్తారు.	• అంకశ్రేఢి, గుణశ్రేఢిలోని పదములను, వాటి సాధారణ రూపమును రాయడం, వివరించడము చేయగల్గుతారు. • అంకశ్రేఢి, గుణశ్రేఢిలోని nవ పదము, n పదాల మొత్తం, సామాన్య నిష్పత్తి, పదభేదములకు సనాత్రములను కనుగొని వివరించగల్గుతారు. • అంకశ్రేఢి, గుణశ్రేఢిలకు ఉదాహరణలిస్తారు.	• అంకశ్రేఢి, గుణశ్రేఢిలోని భావనలను అంకగణిత, బీజగణిత భావనలతో అనుసంధానము చేస్తారు.	
	• బహుపదులు	• బహుపది శూన్య విలువ (వర్గబహుపది, ఘనబహుపది)ను కనుగొంటారు. • అకరణీయ పూర్ణాంకింక బహుపదిని విభాజిక క్రమసోపానము ఆధారముగా సాధించవలసిన సమస్యలను సాధిస్తారు.	• బహుపది శూన్య విలువను కనుగొనే విధానము, కారణములు తెలియజేసి సరిచూస్తారు. • బహుపది శూన్య విలువను పరిశీలించి కొని సాధారణకణములు చేస్తారు.	• బహుపది యొక్క పరిమాణమును, శూన్య విలువను వ్యక్తపరుస్తారు. • రేఖీయ, వర్గ, ఘన బహుపదుల యొక్క శూన్య విలువలను వ్యక్తపరుస్తారు.	• బహుపది శూన్యవిలువను, బహుపది పదముల గుణములతో అనుసంధానముచేస్తారు. • సమస్యాసాధనలో బహుపది శూన్యవిలువ అనే భావనను అనుసంధానముచేస్తారు.	• రేఖీయ బహుపదిని గ్రాఫు కాగితముపై ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు. • వర్గ, ఘన బహుపదులను గ్రాఫుకాగితముపై ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
	• రేఖీయ సమీకరణ ద్వయం	• రేఖీయ సమీకరణ ద్వయంనకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు. (బీజగణిత పద్ధతులు, వివర్జిత పద్ధతి, ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి) • రేఖీయ సమీకరణముపై ఆధారపడియున్న చిన్న సమస్యలను సాధిస్తారు.	• రేఖీయ సమీకరణముల ద్వయంనకు సంబంధించిన సమస్యాసాధనలకు కారణములు తెలియజేసి వివరించగల్గుతారు. • ఇచ్చిన సమీకరణములు సంగత, అసంగత, ఆధారిత సమీకరణములుగా వర్గీకరించి గుర్తించగల్గుతారు.	• విద్యార్థులు వారి నిత్యజీవిత సంఘటనలను, సందర్భములను రేఖీయ సమీకరణ ద్వయంగా వ్యక్తపరుస్తారు.	• సమీకరణములోని గుణకములను, స్వభావమును అనుసంధానము చేయగల్గుతారు. • రేఖీయ సమీకరణముల భావనను, బీజగణిత, అంకగణిత, రేఖాగణిత భావనలతో మరియు నిత్యజీవిత సందర్భములతో అనుసంధానపరుస్తారు.	• రేఖీయ సమీకరణముల ద్వయంను గ్రాఫు కాగితముపై ప్రాతినిధ్య పరిచి గ్రాఫు పద్ధతిలో సాధిస్తారు.
	• వర్గ సమీకరణములు	• కారణాంక పద్ధతి, పరిపూర్ణ వర్గముగా మార్చుట అనే పద్ధతులనుపయోగించి వర్గ సమీకరణ సమస్యాసాధనలు చేస్తారు.	• వర్గ సమీకరణము యొక్క సాధనలను కనుగొనే విధానమును వివరించగల్గుతారు. • ఇచ్చిన విలు వర్గ సమీకరణము యొక్క మూలమూకాదా? పరిశీలించి దానికిగల కారణములు వివరించ గల్గుతారు మరియు	• విద్యార్థులు వారి నిత్యజీవిత సంఘటనలను, సందర్భములను వర్గ సమీకరణ రూపములో వ్యక్తపరుచగల్గుతారు. • వర్గ సమీకరణ మూలాల స్వభావములును వ్యక్తపరుస్తారు.	• వర్గ సమీకరణములను అంకగణిత భావనలనుపయోగించి సాధించడములో అనుసంధానము చేస్తారు.	• వర్గ సమీకరణము యొక్క రేఖాచిత్రములను గీయగల్గుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			సరిచూడగలుగుతారు. తగిన కారణములు చెప్పగలుగుతారు. • వర్గ సమీకరణము యొక్క మూలాలను అంచనావేయగల్గుతారు.			
జ్యామితి (రేఖాగణితం)	• సరూప త్రిభుజాలు	• సరూప త్రిభుజాల ధర్మాలు, సిద్ధాంతాలు (థేల్స్ సిద్ధాంతం మొదలగునవి) ఉపయోగించి వాటి ఆధారంగా సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాలు కనుగొనగలుగుతారు. • పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ఆధారంగా సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• త్రిభుజాల సరూపకత ధర్మాల ఆధారంగా సిద్ధాంతాలను నిరూపించగలుగుతారు. • అన్ని సర్వసమానత్వ పటాలు సరూపాలు అవుతాయి. కాని అన్ని సరూప పటాలు సర్వసమానాలు కావు అని నిర్ధారణలు చేయగలుగుతారు. • కొన్ని నియమాలు / కృత్యాలు ద్వారా సిద్ధాంతాలను పరీక్షించి వాటిని నిరూపించి వాటి విపర్యయాలను తెలుపగలుగుతారు.	• సాధారణీకరణల ఆధారంగా ప్రవచనాలను గణిత భాషలో వ్యక్తీకరించగలుగుతారు. • త్రిభుజాల ధర్మాలను వివరించగలుగుతారు. • ఇచ్చిన ప్రవచనాలకు విలోమ, విపర్యయాలను చెప్పగలుగుతారు.	• నిజ జీవితంలోని వివిధ సందర్భాలకు సంబంధించిన సమస్యలసాధనలో వివిధ బీజగణిత భావనలు, జ్యామితీయ భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన కొలతల ఆధారంగా రేఖాఖండం మరియు విభజనను గీసి చూపగలుగుతారు. • ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాన్ని గీసి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			• త్రిభుజాల సరూపకత ధర్మాలకు సంబంధించిన సిద్ధాంలను నిరూపించగలుగుతారు.			
	• నిరూపక రేఖాగణితం	• నిరూపక తలంలోని రెండు బిందువుల మధ్య దూరాన్ని కనుగొనగలుగుతారు. • నిరూపక తలంలోని బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన జ్యామితీయ పటాల వైశాల్యం, చుట్టుకొలతలను కనుగొనగలుగుతారు. • విభజన సూత్రం (ఒక బిందువు ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో రేఖాఖండమును రెండు భాగాలుగా విభజిస్తున్న సందర్భంలో) నకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • రేఖాఖండము యొక్క త్రిధాకరణ బిందువులను కనుగొనగలుగుతారు.	• నిరూపకతలంలోని రెండు బిందువుల స్థానాలను గుర్తించుటలో మరియు వాటి మధ్య దూరాన్ని కనుగొనుటలో తగిన కారణాలను తెలుపగలుగుతారు. • రేఖాఖండము యొక్క విభజన సూత్రాన్ని కొన్ని కృత్యాల ద్వారా సాధారణీకరించగలుగుతారు. దాని నుండి మరికొన్ని సాధారణీకరణల ద్వారా రేఖాఖండం యొక్క మధ్య బిందువును తెలుపగలుగుతారు. • కొన్ని సాధారణీకరణల ద్వారా రేఖ యొక్క వాలును కనుగొని	• నిరూపతలంలోని రెండు బిందువుల మధ్యదూరమునకు సూత్రము తెలిపి వివరించగలుగుతారు. అదేవిధంగా నిరూపకతలంలోని బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన జ్యామితీయ పటాల వైశాల్యం, చుట్టుకొలతల గురించి వివరించగలుగుతారు. • నిరూపక రేఖాగణితంలోని చేసిన నిర్ధారణలు గణితభాషలో వ్యక్తీకరించగలుగుతారు. గణితభాషలోనున్న వాటిని సొంతమాటల్లో వివరించగలుగుతారు.	• నిరూపక రేఖా గణితంలోని చతుర్భుజం, త్రిభుజం, వృత్తం మొదలగు వాటి యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యంలకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో వివిధ బీజగణిత, జ్యామితీయ భావనలను అనుసంధానం చేయగలుగుతారు. • నిరూపక తలంలోని బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన త్రిభుజవైశాల్యంను "హెరోన్ సూత్రము" నుపయోగించి కనుగొనగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన బిందువులను నిరూపక తలంలో చూపగలుగుతారు. • నిరూపకతలంలో ఇచ్చిన బిందువులను కలపడం ద్వారా జ్యామితీయ పటాలను గీసి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
		• మధ్య బిందువు, గురుత్వ కేంద్రం, రేఖవాలునకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	కారణాలు తెలుపగలుగుతారు. (నిరూపకతలంలోని రేఖ అక్షాలతో చేసే కోణం ఆధారంగా)		• నిరూపక రేఖాగణితంలో సరళరేఖలు మొదలగు భావనల అవగాహనలో బీజగణితంలోని రేఖీయ సమీకరణ భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	
	• వృత్త స్పర్శరేఖలు, ఛేదనరేఖలు – అవగాహన (Tamgents, secants of a circle)	• వృత్తానికి గల స్పర్శరేఖ పొడవునకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. • వృత్త ఖండము యొక్క వైశాల్యంనకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• వృత్త స్పర్శరేఖ / ఛేదనరేఖలకు సంబంధించిన నిర్ధారణలు చేసి తగిన కారణములను తెలుపగలుగుతారు. • వృత్తము యొక్క స్పర్శరేఖ మరియు ఛేదనరేఖ (Tangents, Secants) మొదలగు వాటి మధ్య తేడాలు, పోలికలను తెలుపగలుగుతారు. • వృత్త స్పర్శరేఖ, ఛేదనరేఖలక సంబంధించిన సిద్ధాంతములను	• వృత్త స్పర్శరేఖ, ఛేదనరేఖలు (Tangents / Secants) గురించి వివరించగలుగుతారు. • సిద్ధాంతములను / ప్రవచనాలను స్వంతమాటల్లో వివరించగలుగుతారు. వాటిని గణిత వాక్యాలుగా చెప్పగలుగుతారు.	• వృత్త స్పర్శరేఖలు, చేధన రేఖల అవగాహనలో "జ్యా" భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు. • వృత్త స్పర్శరేఖలు, ఛేదనరేఖలు, వృత్తఖండ వైశాల్యం కనుగొనుటకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో వివిధ జ్యామితీయ భావనలను	• వృత్త స్పర్శరేఖలను గీచి చూపగలుగుతారు. నిర్మించగలుగుతారు. • వృత్త ఛేతన రేఖలు గీచి చూపగలుగుతారు. నిర్మించగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			నిరూపించగలుగుతారు మరియు వాటికి విపర్యయాలు రాయగలుగుతారు. • వృత్తంలోని అధిక వృత్తఖండ వైశాల్యం, అల్ప వృత్త ఖండ వైశాల్యమునకు మధ్యగల భేదాలను, పోలికలను సాధారణీకరణాల ద్వారా తెలుపగలుగుతారు.		అనుసంధానం చేయగలుగుతారు.	
త్రికోణమితి	• త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు	• త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు 0^0 నుండి 90^0 ల వరకు ఉన్న వాటికి సంబంధించిన సమస్యలు సాధించ గలుగుతారు. • త్రికోణమితీయ న్యాయాలకు (trigono-metric identities) సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• త్రికోణమితీయ నిష్పత్తుల (0^0 నుండి 90^0) విలువలు కనుగొనడంలో, ఇచ్చిన త్రిభుజంలోని భుజం కొలత మొ॥నవి కనుగొనడంలో తగిన కారణాలు తెలుపగలుగుతారు. • త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులకు సాధారణీకరణాలు	• ఇచ్చిన త్రిభుజంలోని కర్ణము, ఎదుటి భుజం, ఆసన్నభుజం మొదలగు పదాల గురించి వివరించగలుగుతారు. • Sin, Cos, Tan మొదలగు గణిత పదజాలాన్ని వివరించగలుగుతారు. వాటి ద్వారా చేసిన నిర్ధారణలు మొదలగువాటిని గణిత భాషలో/గణిత వాక్యాలలో వ్యక్తీకరించగలుగుతారు.	• త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో బీజగణిత భావనలను ఉపయోగించ గలుగుతారు.	• త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులను పట్టిక రూపంలో (0^0 నుండి 90^0) చూడగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
			చేయగలుగుతారు. సరిచూడగలుగుతారు.	• నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో త్రికోణమితి ఆవశ్యకతను, పరిధిని వివరించగలుగుతారు.		
	• త్రికోణమితీయ అనువర్తనాలు	• త్రికోణమితీయ అనువర్తనాల (ఎత్తులు, దూరాలు)కు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• సమస్యల సాధనలో "ఊర్ధ్వకోణం", "నిమ్నకోణం"ల మధ్యగల భేదాలను, పోలికలను తెలుపగలుగుతారు.	• "ఊర్ధ్వకోణం", "నిమ్నకోణం"లను వివరించగలుగుతారు. వాటి ద్వారా చేసిన నిర్ధారణలను గణిత భాషలో / గణిత వాక్య రూపంలో వ్యక్తీకరించగలుగుతారు.	• త్రికోణమితీయ అనువర్తనాలకు సంబంధించిన నిత్యజీవితంలో సమస్యలుసాధించడంలో వివిద బీజగణిత, జ్యామితీ భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	• త్రికోణమితికి సంబంధించిన సమస్యల సాధన చేసేటప్పుడు వాటిని పటాల ద్వారా గీచి చూపగలుగుతారు.
సంభావ్యత	• ఒకే ఘటన ద్వారా కలుగు సంభావ్యత - అవగాహన	• యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం (సామాన్య ఘటన)నకు సంబంధించిన సమస్యలను వివిధ పద్ధతుల్లో సాధించగలుగుతారు.	• నిశ్చిత ఘటన, అనిశ్చిత ఘటన (ఒకే సామాన్య ఘటన)లకు చెందినవాటికి ప్రాయోజిక, సైద్ధాంతిక పరంగా గల సంభావ్యతకు సాధారణీకరణలు, నిర్ణారణలు చేయగలుగుతారు.	• సంభావ్యతకు సంబంధించిన పదజాలాన్ని వివరించగలుగుతారు. • సంభావ్యత ఉపయోగాన్ని వ్యక్తపరచగలరు.	• సంభావ్యత అవగాహనలో మరియు సంభావ్యతకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో వివిధ అంకగణిత పూర్వ భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	• యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం ద్వారా వచ్చు ఫలితాలను పట్టిక రూపంలో రాసి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు - నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం - దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
గణిత నమూనా విధానాలు (Mathematical modelling)	• గణిత నమూనా విధానాల అవగాహన.		• గణిత నమూనాలోని సమస్యల సాధనలోని సోపానాలకు తగిన కారణాలు తెలుపగలుగుతారు.	• ముందు తరగతుల్లో ముందు పీరియడ్‌లలో నేర్చుకున్న భావనలకు గణిత నమూనాను ఏర్పరచగలుగుతారు. • గణిత నమూనా విధానాల యొక్క ఆవశ్యత / పరిధిని వ్యక్తపరచగలుగుతారు.	• వివిధ భావనలను గణిత నమూనా విధానాలతో అనుసంధానం చేయగలుగుతారు.	
క్షేత్రగణితం	• ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణములు	• ఇచ్చిన ఏవేని (3D) రెండు ఆకారాలచే ఏర్పడిన సంయుక్త ఆకారాల ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణాలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు.	• జ్యామితీయ (3D) ఆకారాల ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణముల సాధారణీకరణముల ద్వారా ఒకదానికొకటి సంంధాలు, నిర్ధారణలు ఏర్పాటుచేస్తూ వాటిచే ఏర్పడిన సంయుక్త ఆకారాల ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణములను సాధారణీకరించలుగుతారు. తగిన కారణములు తెలుపగలుగుతారు.	• క్షేత్రగణితంలోని వైశాల్యం, ఘన పరిమాణాలు (వివిధ ఆకారాలకు) మొ॥వి వాటిని వివరించగలుగుతారు.	• ఉపరితల వైశాల్యం, ఘనపరిమాణంనకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో వివిధ జ్యామితీయ, బీజగణిత భావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు.	• వివిధ జ్యామితీయ ఆకారాలచే ఏర్పడు సంయుక్త ఆకారాలను పటాలద్వారా గీచి చూపగలుగుతారు.

విషయ విభాగం (Area)	కీలక భావనలు (Key conceptes)	సమస్యాసాధన (Problem solving)	కారణాలు – నిరూపణలు (Reasons-Proofs)	వ్యక్తపరచడం (Communication)	అనుసంధానం (Connection)	ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరణ (Representation - Visualisation)
దత్తాంశ నిర్వహణ (సాంఖ్యాక శాస్త్రం)	• అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం	• వర్గీకృత / అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు సంబంధించి అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకంలను వివిధ పద్ధతులలో కనుగొనుగలుగుతారు.	• ఇచ్చిన అవర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకంలను అంచనా వేయగలుగుతారు. తగిన కారణాలు తెలుపగలుగుతారు. • తరగతి అంతరాలు, హద్దులు అవధులు మొదలగు వాటి మధ్య సంబంధాలను తెలుపగలుగుతారు.	• అవర్గీకృత దత్తాంశం యొక్క అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం మొదలగు పదజాలాన్ని వివరించగలుగుతారు. • తరగతి మధ్య విలువవలు, అవధులు, హద్దులు మొదలగు వాటి ఉపయోగాన్ని వివరించగలుగుతారు. • వివిధ భావనలను / పదాలను గణిత సూత్ర రూపంలో రాసి వివరించగలుగుతారు.		• ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని పౌనఃపున్య విభాజన / సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికల ద్వారా ప్రాతినిధ్యపరచ గలుగుతారు. • రేఖాచిత్రాల ద్వారా ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని ప్రాతినిధ్యపరచ గలుగుతారు.

7. గణిత విద్యా ప్రణాళిక - అమలు (1, 2 తరగతులు)

(బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనాసామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సంసిద్ధత మరియు మూల్యాంకనం)

పరిచయము :

తరగతి గదిలో ప్రతీ విద్యార్థి ముఖ్యుడే. ప్రస్తుత కాల పరిస్థితులలో తరగతి గదిలో కొద్దిమంది విద్యార్థుల ప్రగతిని పరిగణలోనికి తీసుకొని విజయవంతం లేదా ప్రతికూలముగా మొత్తము తరగతి గదిలో అందరు విద్యార్థులు ప్రగతిగా పరిగణించడము జరిగింది. కాని వాస్తవమునకు ఇది సత్యదూరం. ఫలవంతమైన తరగతి గదిలో తరగతి గది వాతావరణం, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనా సామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత మరియు మూల్యాంకనము ప్రముఖ భూమికను పోషిస్తున్నాయి.

విద్యార్థి యొక్క మేధస్సు పాఠశాల ప్రవేశము వాటికి 'ఖాళీగాయన్న పలక' (తబుల్లరస) వంటిది. దానిపై మనకు కావలసినది రాయవచ్చు మరియు చెరిపేయవచ్చు అన్న సత్యదూరము అయిన అపోహలోయున్నాము. కాని విద్యార్థి తరగతి గది ప్రవేశమునకు ముందే చాలా గణిత భావనలను కల్గియుంటారు. అవి అస్పష్టముగా, క్రమబద్ధముగాలేని అమరికలో ఉంటాయి.

అ) తరగతి గది వాతావరణము - బోధనాభ్యసన కృత్యము / పద్ధతి :

తరగతి గది వాతావరణము మరియు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు క్రమపద్ధతిలో నిర్వహించడానికి ఈ కింది సూచించిన విధముగా ఉండాలి.

- తరగతి గదిలో ప్రదర్శించే వివిధ కృత్యములలో స్వేచ్ఛాయుతముగా విద్యార్థులు పాల్గొనేవిధముగా, ఆసక్తిదాయకముగా తరగతి గది వాతావరణముండాలి.
- విద్యార్థులు తరగతి గది యొక్క వరండాలో, చెట్లకింద కూర్చోరాదు. విశాలముగా ఉండి, గాలి, వెలుతురు ధారాళముగా వచ్చే గదులలో పిల్లను కూర్చోబెట్టాలి.
- తరగతి గదిలో భయరహిత వాతావరణం ఉండాలి. దండన, నిషేధించడం, అస్పృశ్యత, నిర్బంధిత మరియు ఒత్తిడి వాతావరణం లేకుండా జాగ్రత్తలను తీసుకోవాలి.
- వ్యక్తిగత కృత్యములు, జట్టుపని, పూర్తి తరగతి కృత్యములలో విద్యార్థులు స్వేచ్ఛగాపాల్గొని నిర్వహించే విధముగా తరగతి గది ఉండాలి.
- విద్యార్థులకు స్వేచ్ఛగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో పాల్గొనేందుకు ప్రశ్నించేతత్వమును, చర్చించే తత్వమును విద్యార్థులలో పెంపొందించాలి. దీనికి తరగతి గదిలో అవకాశము ఉండాలి.
- విద్యార్థులు స్థిరంగా ఒకే స్థలంలో కూర్చొనే పద్ధతిని తొలగించాలి.. ఈ విషయములో విద్యార్థులకు వెసులుబాటు ఉండాలి. అర్థవృత్తాకారములో లేదా వృత్తాకారంలోగాని లేదా ఇతర పద్ధతుల్లో విద్యార్థులు కూర్చొని కృత్యాలు నిర్వహించుకొనే వీలుండాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ పాఠ్యపుస్తకములోని కృత్యాలా ఆధారంగా నిర్వహించాలి. అవసరమైనచో ఉపాధ్యాయుడు అదనపు సమాచారము కోసము 'స్నేహబాల' కార్డులు లేదా ఇతర వనరులను ఉపయోగించవచ్చు.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో విద్యార్థులను ప్రశ్నించేందుకు, పాల్గొనేందుకు మరియు అవగాహన చేసుకొనేందుకు తగినంత సమయమును ఇవ్వాలి.

- సంఖ్యామానము భోదించేటప్పుడు ముందుగా వస్తువులను లెక్కించడము నేర్పి తరువాత రాయడము, చదవడం నేర్పాలి. ఇది ఒక క్రమపద్ధతిలో నిర్వహించబడాలి.
- ప్రతీ యూనిట్‌ను బోధించేటప్పుడు ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా (పూర్తి తరగతిలో అందరు) విద్యార్థులచే ఆ పాఠ్యాంశములో ఇయ్యబడిన కృత్యములను అవగాహనపరిచి ప్రదర్శింపజేసిన లెక్కలను / సమస్యలను వ్యక్తిగతంగా సాధింపజేయాలి.
- తరగతి గదిలో కృత్యములును నిర్వహించే సమయంలో ఆ కృత్యంలపై విద్యార్థులకు ముందుగా అవగాహన కల్పించాలి. తర్వాత స్నేహబాల కార్డులను కూడా విరివిగా ఉపయోగించి జట్లలో ఆ కార్డులలోని కృత్యాలను నిర్వహించే విధంగా, పిల్లలందరినీ పాల్గొనజేయాలి.
- ఒక యూనిట్ పూర్తి అయిన తరువాత ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థుల యొక్క అవగాహనను అంచనావేయడానికి ఒక ప్రశ్నపత్రమును స్వయంగా తయారుచేయాలి. లేదా స్నేహబాల కార్డులలోని మూల్యాంకన కార్డు ఆధారంగా మూల్యాంకనము చేయాలి. పిల్లల ప్రగతిని అంచనావేయాలి.
- పూసల దండ నాణెములు, కరెన్సీనోటులు, కర్రపుల్లల కట్టలు, మున్నగు బోధనాభ్యసన సామగ్రిని సంఖ్యాభావన మరియు చతుర్విధ ప్రక్రియలు. (కలపడం, తీసివేదయం, గుణకారం, భాగాహారం) మొదలగు వాటిని పిల్లలలో పెంపొందింపజేయడంలో, కృత్యాల నిర్వహణలో తప్పక ఉపయోగించాలి.
- ప్రతిరోజూ గణితమునకు కేటాయించిన 85 నిమిషాలలో మొదటి 45 నిమిషాలు మొత్తము తరగతి గదిలోని విద్యార్థులందరూ కృత్యాధారిత అభ్యసనము చేయాలి. చివరి 40 నిమిషాలు నేర్చుకున్న వాటిపై అభ్యాసం కల్పించాలి. అదేవిధంగా తరగతిలోని మందశీల విద్యార్థులను దృష్టిలో పెట్టుకొని వారికై ప్రత్యేక అభ్యసన కృత్యాలు నిర్వహించాలి.
- భావనను అవగాహన పరిచన తరువాత నల్లబల్లపై ఒక మాదిరి ప్రశ్నను ఇచ్చి పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేస్తూ నల్లబల్లపై సాదనను అవగాహనపరచాలి.
- రెండవ 40 నిమిషాలలో పాఠ్యపుస్తకంలోని చిన్నచిన్న అభ్యాసాలైన 'ఇవిచేయండి', 'వీటిని ప్రయత్నించండి' మరియు 'చర్చించు, ఆలోచించు'లోని సమస్యలను సాధింపజేయాలి.
- 'ఇవిచేయండి' ని విద్యార్థి స్వయంగా, వ్యక్తిగతముగా చేయాలి.
- 'వీటిని ప్రయత్నించండి' వ్యక్తిగతముగాగాని లేదా జట్టుపనిగా చేయాలి.
- 'చర్చించు మరియు ఆలోచించు' ను జట్టుగా చర్చించి సాధించాలి.
- అభ్యాసములోని సమస్యలను పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేసి వాటిని పిల్లలు స్వంతంగా చేసేలా అవకాశం కల్పించాలి. పిల్లఉ రాసిన వాటిని పరిశీలించాలి. ఏమైనా అనుమానాలు ఉంటే అడిగి తెలుసుకొనేలా ప్రోత్సహించాలి.
- సంఖ్యాభావన మరియు చతుర్విధ ప్రక్రియల అవగాహనకు స్నేహబాల కార్డులలో సూచించిన ఆటలు మరియు పజిల్స్ కూడా తప్పక వినియోగించాలి.
- సంఖ్యలను లెక్కించడం, వాటికి అనుబంధ సంఖ్యలను రాయడంలో గ్రిడ్‌పేపరును ఉపయోగించడం, గళ్ళ చదరాలకు రంగులు వేయడం వంటి వాటిని 1, 2 తరగతుల బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో తగినంత అవకాశం ఇవ్వాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల సందర్భంగా ఉపాధ్యాయుడు ఉపయోగిస్తున్న భాష పిల్లలకు అర్థమవుతుందా లేదా పరిశీలించాలి. అవసరమైతే ముందుగా పిల్లలు వాడుతున్న భాషనే ఉపయోగించాలి. దీని ద్వారా గణిత పదజాలాన్ని / భాషను పరిచయం చేస్తూ పిల్లలకు అవగాహనపరచాలి.
- విద్యార్థుల యొక్క వ్యక్తిగత భేదములను అనుసరించి 30 నిమిషాలకు తగ్గకుండా బోధనాభ్యసన కృత్యములు నిర్వహించాలి.

ఆ) బోధనాభ్యసన సామగ్రి :

1వ తరగతి మరియు 2వ తరగతి గణితమును బోధించేటప్పుడు ఈ కింది సూచించిన బోధనాభ్యసన సామగ్రిని ఉపయోగించాలి.

- స్నేహబాల కార్డులు
- పూసల దండ
- గింజలు / గులకరాళ్ళు
- పుల్లలు / కట్టలు
- డమ్మీ కరెన్సీ నోట్లు మరియు నాణెములు
- పాచిక, పరమపద సోపానం ఆట
- పజిల్స్, సంఖ్యాభావన నేర్చుకోవడానికి ఆటలలో ఉపయోగించే కార్డులు
- సంఖ్యా కార్డులు (1-100) (ఫ్లాష్ కార్డులు)
- (1-50) (డాట్ కార్డులు) (చుక్కల కార్డులు) (2 సెట్లు)
- (గళ్ళ కాగితం)
- వివిధ రకాల సంఖ్యా చార్టులు
- రంగు పెన్సిల్స్, రంగు కాగితములు
- బొమ్మల కార్డులు
- న్యూస్ పేపర్లు / మేగజిన్స్
- ప్లాస్టిక్‌తో చేసినవి లేదా చెక్కతో చేసిన ఘనములు (ఒకట్లు, పదులు, వందలు సూచించుటకు)
- కాలండర్
- కొలత పాత్రలు, బరువులు, టేపు, స్కేలు మొదలగునవి
- ద్విమితీయ జ్యామితీయ మోడళ్ళు
- సంఖ్యారిబ్బన్

ఇ) పాఠ్య పుస్తకములు :

ఈ కింద సూచించిన అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని 1 మరియు 2వ తరగతుల పాఠ్యపుస్తకములు ఉండాలి.

- పాఠ్య పుస్తకము అనేది 1 మరియు 2వ తరగతి స్థాయిలో పాఠ్యపుస్తకము మరియు వర్క్‌పుస్తకముగా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకమ గణిత బోధనాలక్ష్యాలను మరియు పిల్లఉ సాధించాల్సిన విద్యాప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని రూపొందించబడాలి.
- పాఠ్యపుస్తకం నాణ్యమైన పేపరుతో, రంగు రంగుల బొమ్మలు చదవడానికి అనువుగా ఉండే ఫాంటుసైజు, నాణ్యమైన ముద్రణతో కూడి యువ గణితజ్ఞులను ఆకర్షింపబడేటట్లు ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకం పిల్లల్ని ఆలోచింపజేసేదిగా ఉంటూ పాఠ్యపుస్తకంలో ఆటలు, పాటలు, రంగులు వేసే కృత్యాలు మొదలగు వాటితో కూడి ఆసక్తి కల్గిస్తూ ఆనందంగా నేర్చుకోవడాన్ని ప్రోత్సహించేలా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన బొమ్మలు పిల్లలు గణిత భావనను అర్థము చేసుకోవడానికి మాత్రమే కాకుండా సూచనలను కృత్యములను అర్థము చేసుకొనే విధముగా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకము నిజజీవిత సంఘటనలు లేదా కథ లేదా పాట ద్వారా భావనకు అవగాహన చేసుకోవడానికి తద్వారా సమస్యాసాధన మరియు ఇతర గణిత నైపుణ్యములు పెంపొందించుకోవడానికి ఉపయోగపడాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన బొమ్మలు, కృత్యములు విద్యార్థులను ఆలోచింపజేసేలా ఉండాలి.
- పిల్లవాడికి అర్థమయ్యే సరళమైన భాషలో ఉండి చాలా బొమ్మలను, కృత్యాలు (లెక్కించుటకు, జతపరచుటకు, సరైనదాన్ని గుర్తించుటకు, భావనల అవగాహనకు, సమస్యాసాధనకు వీలుగా) ఉండాలి.
- పిల్లలలో తార్కిక ఆలోచనను పెంపొందించుకునే విధంగా పాఠ్యపుస్తకాలు ప్రోత్సహించేలా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో కృత్యములు మరియు అభ్యాసములు, 'తరగతి బయటి వాతావరణము' నుండి నేర్చుకునే సంస్కృతి పెంపొందించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకము విద్యార్థుల యొక్క సహజ ఆసక్తి, గణితభావలను అభివృద్ధిపరిచే విధముగా ఉండాలి.
- కొంత సమయం తర్వాత మళ్ళీ నేర్చుకొనేలా సర్పిలాకార పద్ధతిలో యూనిట్స్‌ను అమర్చి గణితభావనల అవగాహనను అభివృద్ధిపరచాలి.

ఈ) ఉపాధ్యాయుని సంసిద్ధత – ప్రగతి సూచికలు :

- 1 మరియు 2వ తరగతులను భోదించు ఉపాధ్యాయులు వ్యక్తిగత బాధ్యతవహిస్తూ దానికనుగుణంగా స్వయంగా టైంటేబుల్‌ను ఏర్పరుచుకొని భోదించాలి.
- 85 నిమిషాలలో 45 నిమిషాలు బోధన, కృత్యములకొరకు వెచ్చించాలి. తరువాత 40 నిమిషాలు మందశీల విద్యార్థులపై కేంద్రీకరించి భావనలను అవగాహన పరచాలి. 45 నిమిషాలలో మొదటి 10 నిమిషాలు పూర్వజ్ఞానము కొరకు, 15 నిమిషాలు క్రొత్తగా చెప్పబడిన గణిత భావనలను బోధించుటకు తరువాత 15 నిమిషాలు అభ్యాసములోని సమస్యలను సాధించుటకు మరియు చివరి 5 నిమిషాలు భావనను విస్తృతపరిధి అవగాహన పరిచేందుకు కృషిచేయాలి. దీనికోసం ఉపాధ్యాయుడు ప్రణాళిక రూపొందించుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు వార్షిక మరియు యూనిట్‌ప్లాన్‌లను తయారుచేసుకొని తదనుగుణముగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.

- ఒక యూనిట్ / పాఠం బోధించుటకు ముందుగానే ఆ యూనిట్‌లోని భావనల అవగాహనకు ఉపయోగపడే బోధనాభ్యసన సామాగ్రిని సిద్ధంగా ఉంచుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలోని విద్యార్థులందరూ ప్రతి యూనిట్ ద్వారా తనకు నిర్దేశించిన విద్యాప్రమాణాలు, నైపుణ్యములు పొందేటట్లు ఉపాధ్యాయుడు బాధ్యతవహించాలి.
- విద్యార్థులందరూ కూడా నిర్దేశించిన సామర్థ్యాలు సాధించారా లేదా తెలుసుకొనుటకు సామర్థ్యాధారిత మూల్యాంకనంను నిర్వహించాలి. ఫలితాలను విశ్లేషించాలి. వెనకబడిన పిల్లలకు ప్రత్యేక బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించు సామర్థ్యాలు సాధించేలా చూడాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తప్పనిసరిగా వృత్యంతర శిక్షణలో పాల్గొనాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తప్పనిసరిగా అదనపు సమాచారము కోసం, రిఫరెన్సు పుస్తకములను మ్యాగజైన్స్, వ్యాసాలు మొదలగువాటిని మరియు తోటి ఉపాధ్యాయులతో చర్చలద్వారా, internet మొదలగువాటిని సంప్రదించాలి.

మూల్యాంకనం

మూల్యాంకనము లేదా మదింపు అనేది విద్యార్థి యొక్క అభ్యసన స్థాయిని తెలుసుకొనుటలో ముఖ్యమైన అంశం. గత పది సంవత్సరములుగా రాతపరీక్ష ద్వారా మాత్రమే విద్యార్థి యొక్క జ్ఞానమును అందచనావేస్తున్నాము. ఈ మూల్యాంకనము అంత్యమున మార్కుల చుట్టూ, ర్యాంకులు చుట్టూ మాత్రమే తిరుగుచున్నది. ఇది విద్యార్థులపై వత్తిడి తెస్తున్నది.

కాని నిపుణుల అభిప్రాయము ప్రకాకరము అభ్యసనము కొరకు మదింపు. అభ్యసనము జరుగుతున్న సమయములో నిర్వహించేది మదింపు, అభ్యసనము తరువాత జరిగేది మూల్యాంకనం.

- పై అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని 1, 2 తరగతుల స్థాయిలలో మూల్యాంకనం ఏవిధంగా ఉండాలో కింద చర్చించబడినవి.
- విద్యార్థుల యొక్క మూల్యాంకనము నిరంతరముగా ఉండాలి మరియు వారి జ్ఞాపకశక్తిని పరీక్షించేదిగా ఉండకూడదు.
- మదింపు సమగ్రముగా ఉండాలి. గణిత నిర్ధారిత ప్రమాణాలు సాధించేటట్లుగా ఉండాలి.
- మదింపును రెండు భాగములుగా చేయాలి. అవి 1) ఫార్మేటివ్ (నిర్మాణాత్మకం), 2) సమ్మేటివ్ (సంగ్రహణాత్మకం).
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ సమయంలో నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనంలో భాగంగా ఫార్మేట్ పరీక్షలో గణన నైపుణ్యం, పోల్చే నైపుణ్యం, భాషా నైపుణ్యం, కారణములు చెప్పే నైపుణ్యం మొదలగు నైపుణ్యాలు పిల్లలు ఏమేరకు సాధిస్తున్నారో అంచనావేయాలి.
- కూడిక, తీసివేత, గుణకార భావనలకు చెందిన అంశాలలోని తార్కికతను ఏమేరకు అవగాహన చేసుకొన్నారో మూల్యాంకనం చేయాలి.
- సమ్మేటివ్ పరీక్షలో 20% మార్కులు మౌఖిక పరీక్షకు కేటాయించాలి.
- సమ్మేటివ్ పరీక్షలో 50% మార్కులు సమస్యాసాధనకు కేటాయించాలి.
- నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనంలో తరగతి గదిలో పిల్లల ప్రతిస్పందనలు, రాతపని, ప్రాజెక్టుపనులు, లఘు పరీక్షల ద్వారా పిల్లల యొక్క అభ్యసనను అంచనావేయాలి.
- ఈ లఘు పరీక్ష (పెన్సిల్ – పేపరు పరీక్ష)లో పిల్లల జ్ఞాపకశక్తిని పరీక్షించడం కాకుండా పిల్లలు భావనలను ఏ విధంగా నేర్చుకొంటున్నారో తెలుసుకోగలగాలి.
- పెన్సిల్ – పేపరు పరీక్షలు పీరియడ్‌కల్‌గా ఉండకూడదు.
- ఉపాధ్యాయుడే స్వయంగా ప్రశ్నపత్రం తయారుచేసుకొని సమ్మేటివ్ పరీక్ష నిర్వహించాలి.

8. గణిత విద్యా ప్రణాళిక - అమలు (3, 4 మరియు 5 తరగతులు)

(బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనాసామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సంసిద్ధత మరియు మూల్యాంకనం)

పరిచయము :

తరగతి గదిలో ప్రతీ విద్యార్థి ముఖ్యుడే. ప్రస్తుత కాల పరిస్థితులలో తరగతి గదిలో కొద్దిమంది విద్యార్థుల ప్రగతిని పరిగణలోనికి తీసుకొని విజయవంతం లేదా ప్రతికూలముగా మొత్తము తరగతి గదిలో అందరు విద్యార్థులు ప్రగతిగా పరిగణించడము జరిగింది. కాని వాస్తవమునకు ఇది సత్య దూరం. ఫలవంతమైన తరగతి గదిలో తరగతి గది వాతావరణం, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనా సామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత మరియు మూల్యాంకనము ప్రముఖ భూమికను పోషిస్తున్నాయి.

1 మరియు 2 తరగతులలో విద్యార్థులు, సంఖ్యలు వాటి పరిక్రియలపై ప్రాథమిక జ్ఞానమును నొందుతారు. 3, 4 మరియు 5 తరగతులలో పెద్ద సంఖ్యలు వాటి యొక్క పరిక్రియలను నేర్చుకొంటారు. అదే విధంగా ద్విమితీయ జ్యామితీయ ఆకృతుల వైశాల్యములు, చుట్టుకొలత మొదలగు అంశములను నేర్చుకొంటారు. అదే సాంఖ్యకశాస్త్రము యొక్క ప్రాథమిక భావనను నేర్చుకొంటారు.

పైన పేర్కొన్న అంశాల సాధనకు అవసరమయినటువంటి విషయాలు కింద చర్చించబడినవి.

అ) తరగతి గది వాతావరణము - బోధనాభ్యసన కృత్యము / పద్ధతి :

తరగతి గది వాతావరణము, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ 3, 4 మరియు 5 తరగతులలో ఈ కింది విధముగా ఉండాలి.

- ప్రతీ విద్యార్థి పాఠ్యపుస్తకము మరియు నోట్ పుస్తకము కల్గి ఉండాలి.
- తరగతి గది వాతావరణము స్వేచ్ఛాయుత, ప్రశాంతముగా ఆహ్లాదకరముగా ఉండాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తరగతిలోని అందరు విద్యార్థులు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో పాల్గొనేటట్లు చూడాలి.పిల్లలు తరగతిలో జట్టుపనులు, స్వయం కృత్యములలో పాల్గొంటారు. ఇందులో భాగంగా పిల్లలు స్వేచ్ఛగా తమ అభిప్రాయాలను వ్యక్తపరచడం, భయంలేకుండా ప్రశ్నించడం వంటివి తప్పక చేయగలిగేలా ప్రోత్సహించాలి. ఒకరి అభిప్రాయాలు ఒకరు గౌరవించేలా ఉండాలి.
- ఆగమన చింతనకు ప్రాధాన్యతనిచ్చే విధముగా కృత్యములుండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలోని కృత్యములు, గణిత భావనలు పిల్లలు అవగాహన చేసుకొనే విధముగా, తార్కికంగా ఆలోచింపజేసే విధంగా, ప్రదర్శించే విధంగా గణిత భాషలో / భావజాలంలో వ్యక్తపరిచే విధంగా ఉండాలి.

- అభ్యాసములోని సమస్యలను విద్యార్థులు స్వయంగా సాధించే విధముగా ప్రోత్సహించాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు నిత్యజీవిత సందర్భముల ద్వారా గణిత భావనలను అవగాహనపరచాలి. సందర్భానుసారంగా భావనలను పరిచయం చేస్తూ పిల్లలను చర్చించడానికి ప్రోత్సహించాలి. అంతేకాకుండా ఆటలు, పజిల్స్, గణిత వైవిధ్య సంబంధ అంశాల ద్వారా అభ్యసనం జరిగేలా చూడాలి.
- విద్యార్థులు జట్లలో చర్చించి తయారుచేసిన నోట్సును ఉపాధ్యాయులు ఎప్పటికప్పుడు పరిశీలించాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ సందర్భంగా విద్యార్థులు గణిత పేటిక సామాగ్రిని ఉపయోగించేలా చూడాలి.
- విద్యార్థులకు ఒక భావనను అవగాహన చేసిన తరువాత నల్లబల్లపై ఒక మాదిరి ప్రశ్న ఇవ్వాలి. పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేస్తూ నల్లబల్లపై ఆ సమస్యసాధనను అవగాహనపరచాలి.
- రెండవ సెషన్ 40 నిమిషాలలో 'ఇవి చేయండి', 'వీటిని ప్రయత్నించండి' మరియు 'చర్చించు, ఆలోచించు' సమస్యలను సాధింపజేయాలి.
- 'ఇవి చేయండి'ని విద్యార్థి స్వయంగా చేయాలి.
- 'వీటిని ప్రయత్నించండి'ని విద్యార్థి జట్టుపనిగా చేయాలి.
- 'చర్చించు మరియు ఆలోచించు' సమస్యలను జట్లలో చర్చించి సాధించేలా చూడాలి.
- అభ్యాసములో ఇచ్చిన సమస్యలను పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేసి విద్యార్థులకు అభ్యాసంగా ఇవ్వాలి. పిల్లలు రాసిన దానిని ఉపాధ్యాయుడు తప్పక పరిశీలించాలి. ఏవైనా అనుమానాలున్నచో ఉపాధ్యాయుడిని అడిగి తెలుసుకునేలా అవకాశం కల్పించాలి. తర్వాత అవసరమైతే లోపనివారణ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించాలి.

ఆ) బోధనాభ్యసన సామగ్రి :

తరగతి గదిలో ఈ కింది బోధనాసామగ్రి ఉండాలి.

- పూసలదండ, పుల్లలు – పుల్లల కట్టలు, మార్బుల్స్, గింజలు, దమ్మికరెన్సీ – నాణములు.
- క్యాలెండర్, టేప్, కొలతపాత్రలు, సున్నితపుత్రాసు మరియు బరువులు.
- గణిత పరికరముల పేటిక.
- ఘనములు, జియోబోర్డు, పెగ్‌బోర్డు, ఘనపుకడ్డీలు, భిన్నాలచక్రం.
- గ్రిడ్ కాగితము, రంగు పెన్సిల్స్
- గణిత ఫజిల్స్ యున్న పుస్తకం, కథలు మరియు గేమ్స్.
- సంఖ్యాచార్టులు, ఫ్లాష్ కార్డులు, పాచిక, డొమినోకార్డులు మొదలగునవి.
- కర్రతో లేదా ప్లాస్టిక్ చేసిన ఘనములు. (ఒకట్లు, పదులు, వందలు సూచించుటకు)

ఇ) పాఠ్యపుస్తకములు :

3, 4 మరియు 5 తరగతులు పాఠ్యపుస్తకముల రచనలో దృష్టిలో ఉంచుకోవలసిన అంశాలు కింద ఇవ్వబడినవి.

- విద్యార్థులు లోతుగా, విమర్శనాత్మకంగా ఆలోచించే విధంగా, అలాగే పిల్లలకు అభ్యాసం మరియు గణిత భాష / భావజాలంలో వ్యక్తపరచుటకు అవకాశం కల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన బొమ్మలు గణిత భావనలను సమగ్రముగా అర్థము చేసుకొనే విధముగా ఉండాలి. పిల్లలు వివిధ కృత్యములతో పాల్గొనుటకు సహకరించేవి ఉండాలి.
- 3వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకము 50% వర్క్‌పుస్తకము. 4 మరియు 5 తరగతులు పాఠ్యపుస్తకములో సుమారు 30% వర్క్‌పుస్తకముగా ఉండాలి.
- పాఠ్య పుస్తకములోని పాఠ్యాంశాలు సంఖ్యలతో సంబంధమున్న (వివిధ రకాల సంఖ్యలు, చతుర్విధ ప్రక్రియలు, భిన్నాలు), జ్యామితీయ భావనలు, వైశాల్యం, చుట్టుకొలత, దత్తాంశ నిర్వహణ మొదలగువాటికి చెందినవై ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములు 3, 4 మరియు 5 తరగుతులు పూర్తయ్యేసరికి విద్యార్థులు నిర్ణయించిన గణిత సామర్థ్యాలు, గణిత నైపుణ్యములు పొందబడి వాటిని నిత్యజీవితంలో ఉపయోగించుకునే సామర్థ్యమును పెంపొందించుకునేలా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఉపయోగించిన భాష సరళముగా, అర్థవంతముగా ఉండాలి. ఆలోచించేవిధంగా కృత్యాలు ఉండాలి.
- నాణ్యమైన పేపరు, చదవడానికి అనువైన ఫాంట్‌సైజు, రంగు రంగుల బొమ్మలు, పాఠ్యపుస్తకములో ఉండేలా చూడాలి.
- పాఠ్యపుస్తకం పిల్లలకు అనువైన సైజులో ఉండాలి. కవరుపేజీ రంగు రంగు చిత్రతలతో ఉండి ఆకర్షణీయంగా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలోని అభ్యాసాలు యాంత్రికంగా, ఒకే మూసలో ఉండకూడదు. గణిత భావనలను వినియోగించబడేలా, ఒకే సమస్య సాధనను వివిధ పద్ధతుల్లో చేసేలా, పిల్లలు తాము చేసేతప్పులను గుర్తించేవిధంగా, వినియోగించిన, ఎన్నుకొన్న పద్ధతులను వివరించేవిధంగా గణితంలో వ్యక్తపరచే విధంగా అవకాశం కల్పించబడాలి.
- 3వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలో 1 మరియు 2 తరగతులకు చెందిన భావనలను కనీససామర్థ్యాల సాధనకై పునశ్చరణ చేసే విధంగా వీలు కల్పించాలి. ఇదే విధంగా 4, 5 తరగతుల పుస్తకాలు కూడా ఈ విధానంలోనే కొనసాగించబడాలి.
- పిల్లలు పరిశీలించుటకు, క్రమాలను గుర్తించుటకు, సాధారణీకరణాలు చేయుటకు, క్రమాలను కొనసాగించుటకు మరియు వీటి ద్వారా నూతన క్రమాలను రూపొందించగలిగే సామర్థ్యాన్ని పెంపొందించుకొనుటకు పాఠ్యపుస్తకం అవకాశం కల్పించాలి.
- పిల్లలు నూతన సమస్యలను రూపొందించుటకు పాఠ్యపుస్తకం అవకాశం కల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలో భావనలకు చెందిన నిర్వచనాలను, వివరణలను నేరుగా ఇవ్వరాదు. పిల్లలు అన్వేషించి, ఆలోచించి అభ్యసనం ద్వారా పొందిన భావనల అవగాహన ద్వారా వారే స్వయంగా నిర్వచనాలు, వివరణలు ఇవ్వగలగాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన బొమ్మలు భావనను అర్థము చేసుకోవడానికి మాత్రమే కాకుండా, కృత్యములను అర్థము చేసుకొనే విధముగా ఉండాలి.

- పాఠ్యపుస్తకములో నిజజీవిత సంఘటనలు లేదా కథ లేదా పాటద్వారా భావనను అవగాహనపరచడానికి కృషిచేయాలి.
- పిల్లలు వివిధ పద్ధతుల్లో / వివిధ వ్యూహాల ద్వారా సమస్యను సాధించుటకు వీలుకల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన పటములు, కృత్యములు విద్యార్థులు ఆలోచింపచేసేలా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలలో గణిత పజిల్స్, ఆటలు, గణిత వైవిధ్య సంబంధ విషయాలు, ప్రాజెక్టపనులకు చోటు కల్పించబడాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో కృత్యములు మరియు అభ్యాసములు 'తరగతి బయటి వాతావరణం' నుండి నేర్చుకొనే సంస్కృతిని పెంపొందించాలి.
- పిల్లల యొక్క అభ్యసనంను పాఠ్యపుస్తకంనకే పరిమితం చేయకుండా ఇతర వనరులను (Reference books & internet etc) ఉపయోగించుకునే విధంగా ప్రోత్సహించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకము విద్యార్థుల యొక్క సహజ ఆసక్తి, గణిత భావనలను అభివృద్ధి పరిచే విధముగా ఉండాలి.
- పాఠ్యపుస్తకాలను ఎలా వినియోగించాలి, పిల్లలు ఏం నేర్చుకోవాలో (ప్రతి యూనిట్ ద్వారా) తెలిపే మార్గదర్శకాలు పాఠ్యపుస్తకంలో పొందుపరచాలి.
- కొంత సమయం తర్వాత మళ్ళీ నేర్చుకునేలా సర్పిలాకార పద్ధతిలో యూనిట్స్‌ను అమర్చి గణిత భావనల అవగాహనను అభివృద్ధిపరచాలి.

ఈ) ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత – ప్రగతి సూచికలు :

- ఉపాధ్యాయులు 3, 4 మరియు 5వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకములు పూర్తిగా చదివి విషయంపట్ల, అందులోనని కృత్యాలపై సమగ్రమైన అవగాహనను పెంచుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు వార్షిక ప్రణాళికను తయారుచేసుకోవాలి. దీని ఆధారంగా యూనిట్ ప్రణాళికను తయారుచేసుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేస్తూ, భావనను అవగాహన పరచాలి. పిల్లలు ఆ భావనను అవగాహన చేసుకున్నారని నిర్ధారించుకున్న తర్వాతనే దానిపైగల అభ్యాసాలను తమ నోటు పుస్తకంలో వ్యక్తిగతంగా చేయమనాలి.
- యూనిట్ ప్రణాళికను రూపొందించుకొన్న తర్వాత ఆ యూనిట్‌ను బోధించుటకు ముందుగానే అందులోని భావనలను అవగాహనపరిచేందుకు అనువైన బోధనాభ్యసన సామగ్రిని ఉపాధ్యాయుడు సిద్ధం చేసుకొని ఊహించుకోవాలి.
- యూనిట్ ప్రణాళికను రూపొందించుకొన్ని తర్వాత ఆ యూనిట్‌ను బోధించుటకు ముందుగానే ందులోని భావనలను అవగాహన పరిచేందుకు అనువైన బోధనాభ్యసన సామాగ్రిని ఉపాధ్యాయుడు సిద్ధం చేసుకొని ఉంచుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లోని కృత్యాలలో పిల్లలు ఏవిధంగా పాల్గొన్నారు? ఎంతమంది? ఏమేరకు? ఆశించిన సామర్థ్యాలు సాధించారు, వారి ప్రతిస్పందనలను తన పాఠ్యప్రణాళికలో నమోదుచేసుకోవాలి.
- గణిత బోధనా సమయాన్ని సద్వినియోగ పరచుకొనేవీలుగా పిల్లలకు అర్థవంతమైన అభ్యాసాలు, పనులు కల్పించేలా ప్రణాళిక చేసుకోవాలి.

- ప్రతిరోజూ పిల్లలు చేసిన పనులు, నోటుపుస్తకాలు పరిశీలించాలి. అవసరమైన సూచనలు, సలహాలు నమోదుచేయాలి.
- పిల్లలు చేసిన పనులన, సమస్యాసాధనలను, పజిల్స్‌ను మొదలువాటిని గోడపై ప్రదర్శింపజేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు కేటాయించిన మొదటి 40 నిమిషాలలో విద్యార్థుల మధ్య నున్న వ్యక్తిగత భేదమును గుర్తించి తదనుగుణముగా బోధన చేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలోని విద్యార్థులందరూ తనకు నిర్దేశించిన విద్యాప్రమాణాలు, నైపుణ్యములు పొందేటట్లు చేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తప్పని సరిగా వృత్త్యంతర శిక్షణలో పాల్గొనాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తప్పని సరిగా అదనపు సమాచారమును, రిఫరెన్సు పుస్తకములను సంప్రదించుకోవాలి.

ఉ) మూల్యాంకనము :

3, 4 మరియు 5వ తరగతులలో పెద్ద సంఖ్యల యొక్క పరిక్రియలు, ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు మరియు వాటి ధర్మాల, ప్రాథమిక సాంఖ్యశాస్త్ర నైపుణ్యములు పొందాలి. సమస్యాసాధన, కారణములు చెప్పడం, అనుసంధానము చేయడం, వ్యక్తపరచడము, ప్రాతినిధ్యపరచడము విద్యాప్రమాణాలు విద్యార్థి పొందే విధముగా కృషిచేయాలి.

- మూల్యాంకనము ఈ కింది విధముగా ఉండాలి.
- ఈ స్థాయిలో మదింపు సమగ్రంగా ఉండాలి. అనగా దీని ద్వారా నిర్దేశించిన గణిత విద్యాప్రమాణాలు అయిన సమస్యాసాధన, కారణాలు – నిరూపణలు చేయడం, వ్యక్తపరచడం, అనుసంధానం చేయడం ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశీకరించడం వంటివి చేయగలిగే సామర్థ్యం మరియు నైపుణ్యాలను పిల్లలు ఏమేరకు సాధించగలిగారో సమగ్రంగా మదింపు చేయాలి.
- పిల్లలలో స్థాయి వారీగా సంఖ్యాభావన, అంతరాళం, దత్తాంశ నిర్వహణకు సంబంధించిన అంశాలకు మందింపులో చోటు కల్పించాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ సమయంలో నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనం తరగతిలోని పిల్లల ప్రతిస్పందనలు, రాత పనులు, ప్రాజెక్టుపనులు, లఘు పరీక్ష మొదలగు సాధనాల ద్వారా నిరంతరంగా నిర్వహించాలి.
- లఘు పరీక్షను పీరియాడికల్‌గా కాకుండా ఎప్పుడైనా నిర్వహించుకోవచ్చు. అప్పటికప్పుడే పిల్లలు ఎలా సామర్థ్యాలను పెంపొందించుకుంటున్నారో తెలుసుకొనుటకు సాధనం.
- మదింపును రెండు భాగములుగా చేయాలి. అవి 1) ఫార్మేటివ్, 2) సమ్మేటివ్.
- సమ్మేటివ్ పరీక్షను రాతపరీక్షగా నిర్వహించాలి. ఇది సంవత్సరంలో 3 సార్లు నిర్వహించబడాలి.
- సమ్మేటివ్ పరీక్షలో 50% సమస్యాసాధనకు కేటాయించాలి. మిగతా 50% ఇతర విద్యాప్రమాణాలకు చెందిన సమస్యలు ఇవ్వాల్సి ఉంటుంది.
- ఉపాధ్యాయుడే స్వయంగా ప్రశ్నపత్రం తయారుచేసుకొని పరీక్ష నిర్వహించాలి.

9. గణిత విద్యా ప్రణాళిక - అమలు (6, 7 మరియు 8 తరగతులు)

(బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనాసామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సంసిద్ధత మరియు మూల్యాంకనం)

పరిచయము :

6, 7 మరియు 8వ తరగతి చదువుచున్న విద్యార్థులు లక్షవరకు సంఖ్యాజ్ఞానమును మరియు ద్విమితీయ చిత్రముల వైశాల్యము మరియు చుట్టకొలన (పరిధి)లను గూర్చిన జ్ఞానమును కల్గి యుంటారు. దత్తాంశ సేకరణ మరియు దత్తాంశ వర్గీకరణ మరియు ప్రాథమిక సాంఖ్యక శాస్త్ర భావనలను తెలుసుకొనిఉంటారు. ఈ స్థాయిలో వివిధ రకములైన సంఖ్యలు వాటి ధర్మాలు, అంకగణిత ఆధారిత బీజగణితం, వాటి ధర్మాలు, ద్విమితీయ, త్రిమితీయ జ్యామితుల ధర్మాలు, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రమును గూర్చి నేర్చుకొంటారు. విద్యార్థులు కేవలం సమస్యాసాధనను మాత్రమే కాక కారణములు చెప్పడం, సంధానముచేయడం, వ్యక్తపరచడం మరియు ప్రాతినిధ్యపరచడం మున్నగు నైపుణ్యములను పొందుతారు.

ఈస్థాయిలో ఉపాధ్యాయులు కేవలం పాఠ్యపుస్తకములోని సమాచారమును మాత్రమే బోధించుటకు పాఠ్యపుస్తకములోని సమస్యలను సాధించడానికి మాత్రమే పరిమితము అవుతున్నారు. కానీ విజయవంతమైన గణిత తరగతి గది ఈ కింది గుణాలను కల్గిఉంటుంది.

అ) తరగతి గది వాతావరణము – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ :

6, 7 మరియు 8వ తరగతి – తరగతి గది వాతావరణము మరియు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ నిర్వహణ ఈ కింది విధముగా ఉండాలి.

- ప్రాథమికోన్నత పాఠశాల స్థాయి ప్రారంభములో విద్యార్థులు 4 అంకెల సంఖ్యా భావనను కల్గి ఉండాలి. చతుర్విద ప్రక్రియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలగాలి. అదేవిధముగా ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలను మరియు క్షేత్రగణిత భావనలను అర్థము చేసుకోగలగాలి. విద్యార్థి తాను పొందిన నైపుణ్యములను / సామర్థ్యములను ఉపయోగించి తార్కిక చింతనను, భావనలను వివరించడమును చేయగలగాలి.
- ఈ స్థాయిలోనే అమూర్త ఆలోచన అభివృద్ధి పరచుకోవడం ప్రారంభమవుతుంది. కాబట్టి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో అమూర్త ఆలోచన అభివృద్ధికి చోటు కల్పించాలి.
- విద్యార్థులు స్వీయ చింతన మరియు పరస్పర అవగాహనాధిరత చింతన ద్వారా పాఠ్యపుస్తకములో నిచ్చిన అభ్యాసములలోని సమస్యలను సొంతముగా సాధించగల్గుతారు.
- వివిధ గణిత భావనలు (సంఖ్యలు, బీజగణితం, రేఖాగణితము, వైశాల్యములు, చుట్టుకొలత, దత్తాంశ నిర్వహణ పై చర్చ, భావవ్యక్తీకరణ మరియు ప్రతిచర్య, ప్రతిస్పందనల సమ్మేళనంగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించబడాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు 'గణిత పేటిక (Geometry box) నుపయోగించి జ్యామితీయ నిర్మాణ నైపుణ్యములను మరియు తార్కిక చింతన ఆధారిత ఉపపత్తులను రాయగల్గే సామర్థ్యములను విద్యార్థులలో పెంపొందించాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు, విద్యార్థులు స్వయంగా పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన అభ్యాసములను సాధించే విధముగా తర్ఫీదును, అవకాశవయిలను కల్పించాలి. వాటిని ప్రతిరోజూ ఉపాధ్యాయుడు పరిశీలించాలి.

- గణిత తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో చిక్క ప్రశ్నల సమస్యాసాధన, క్విజ్ నిర్వహణ, జ్యామితీయ నిర్మాణములు, ప్రాజెక్టు నిర్వహణ, గణిత పజిల్స్ సేకరణ మరియు వాటి సాధనలపై చర్చ తప్పని సరిగా చోటు కల్పించబడాలి.
- విద్యార్థులు గణిత భావనలను వినడం, చూడటం, పరిశీలించడం, చర్చించడము మరియు సాధించడం చేసేవిధముగా ఉపాధ్యాయుడు కృషి చేయాలి.
- విద్యార్థులు, పాఠశాలలో యున్న లేదా పాఠశాల బయట లభ్యమవుతున్న మేగజిన్స్, రిఫరెన్స్ పుస్తకముల నుండి అవసరమైన భావనలకు సంబంధించిన సమాచారమును సేకరించడము చేసేవిధముగా ఉపాధ్యాయుడు ప్రోత్సహించాలి.
- ప్రత్యేక అవసరము ఆవశ్యకమైన విద్యార్థులకు అవసరమైన సామగ్రిని ఉపాధ్యాయుడు అందించేందకు కృషిచేయాలి.
- పిల్లలకు వివిధ అంశాలతో కూడిన సమాచారం సేకరించడం, పట్టికలో నమోదుచేయడం, వాటిని గ్రాపు రూపంలో ప్రదర్శింపజేయడం వంటి పనులను ఇవ్వాలి.
- కొంచెము క్లిష్టత కల్గిన బీజగణితమును మొదటిసారిగా పరిచయము చేస్తున్నాం కనుక ఉపాధ్యాయులు విద్యార్థులలో కలిగే భయంను పోగొట్టడానికి ఈ బీజగణితం అంకగణిత భావనలపై ఆధారపడి నిర్మింపబడిన గణిత అంశముగా పరిచయము చేయాలి. ఆవిధమైన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను రూపొందించుకోవాలి.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు – నిర్వహించేటప్పుడు విద్యార్థులను వర్గీకరణ చేయడము గాని, చేయుటకు ప్రయత్నించడముగాని చేయరాదు. అనగా వివక్షతతో కూడిన విధంగా వేరుచేయరాదు.
- గణిత భావనలను బోధించేటప్పుడు నిత్యజీవిత సందర్భాల ఆధారంగా చర్చలకు అవకాశం ఇవ్వాలి.
- విద్యార్థులలో గణిత భాషా నైపుణ్యములను, తార్కిక చింతనను మరియు సమస్యాసాధనను పెంపొందించాలి.
- నిర్వచనములు, సూత్రములను నేరుగా ఇవ్వకుండా పిల్లలు అన్వేషణ, వివిధ కృత్యముల ద్వారా భావనల అవగాహన ద్వారా సాధారణీకరణలు చేసుకొని సూత్రములను, నిర్వచనములను స్వయంగా చెప్పగలగాలి. అలాగే సూత్రాలను, నిర్వచనాలను బట్టీపట్టకుండా, భావనలను లోతుగా అవగాహన చేసుకొని వాటిని నూతన సందర్భాలలో వినియోగించగలగాలి.
- "ఇవిచేయండి" ప్రశ్నలను విద్యార్థి స్వయంగా సాధించాలి.
- "ప్రయత్నించండి" లోని ప్రశ్నలను విద్యార్థులు వ్యక్తిగతంగా లేదా జట్లలో సాధించాలి.
- "ఆలోచించండి–చర్చించండి" లోని ప్రశ్నలను జట్లలో చర్చించిన తర్వాత సాధించాలి.
- విద్యార్థులు తమ నోట్ పుస్తకములలో సాధించిన సమస్యలను ఎప్పటికప్పుడు పరిశీలించి, వారు చేసే తప్పులను క్రమం తప్పకుండా సరిదిద్దే ప్రయత్నం చేయాలి. తగిన సూచనలు ఇవ్వాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలో పిల్లల ప్రతిస్పందనలు, వారు నేర్చుకునే విధానం, ఏమేరకు? ఎంతమంది? కృత్యాలలో పాల్గొంటున్నారు? ఎంతమంది సామర్థ్యాలు సాధించగలిగారో వాటి ప్రణాళికలో పొందుపరచుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు, విద్యార్థులు స్వేచ్ఛగా, భయరహిత వాతావరణములో ప్రశ్నలు అడిగే విధముగా ప్రోత్సహించాలి.
- ప్రతీ మాసమునకొకసారి ఒక ప్రాజెక్టునియ్యాలి. ఆ ప్రాజెక్టును పర్యవేక్షించాలి. దానికి సంబంధించిన పిల్లలు రాసిన నివేదికలను తరగతి గదిలో చర్చింపజేయాలి, ప్రదర్శింపజేయాలి.
- 'ఇవిచేయండి', 'వీటిని ప్రయత్నించండి' మరియు 'ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి' సమస్యలను విద్యార్థులు ఉపాధ్యాయుడి సమక్షంలో తరగతిలోనే సాధించే విధముగా కృషిచేయాలి.

- అభ్యాసములో ఇచ్చిన సమస్యల సాధనను పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేసి పిల్లలకు అభ్యాసంగా ఇవ్వాలి. పిల్లలు రాసిన వాటిని ఉపాధ్యాయుడు తప్పక ఎప్పటికప్పుడు పరిశీలించాలి. సమస్యాసాధనలో పిల్లలకున్న అనుమానాలను నివృత్తి చేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థుల సమాధాన పత్రములను దిద్ది, వారిలో ఏర్పడిన 'భావనాలేమి'ని తొలగించే విధముగా కృషిచెయ్యాలి.

ఆ) బోధనాభ్యసన సామగ్రి :

6, 7 మరియు 8 తరగతుల గణితమును బోధించు ఉపాధ్యాయులు ఈ కింది సూచించిన సామగ్రిని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో ఉపయోగించాలి.

- రిఫరెన్సు పుస్తకములు మరియు గణిత సంబంధిత మేగజిన్స్.
- గ్రిడ్ కాగితము, గ్రాఫు కాగితము, ఐసోమెట్రిక్ డాట్‌షీట్
- గణిత పరికరాల పేటిక.
- ఆధునిక వైజ్ఞానిక పరికరములు (TV, DVD, టేప్‌రికార్డర్, సిడీలు, కంప్యూటర్, ఇంటర్‌నెట్ మొదలగునవి.)
- జియోబోర్డు, ద్విమితీయ, త్రిమితీయ, జ్యామితీయ ఆకృతులు మరియు ఘనములు, మోడల్స్.
- గణిత పేటిక.

ఇ) పాఠ్యపుస్తకములు :

6, 7 మరియు 8 తరగతుల గణిత పాఠ్యపుస్తకముల రచనలో ఈ కింది విషయాలను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.

- పాఠ్యపుస్తకము ఎంతో ఆకర్షణీయముగా మరియు విద్యార్థులు ఆనందించే విధముగా ఉండాలి. అందుకొరకు అవసరమైన పటములు, బొమ్మలు, కార్టూన్స్, కథలు మరియు ఇతర ఆసక్తి దాయకమైన అంశాలకు పాఠ్యపుస్తకములో చోటు కల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తక రచనలో ఉపయోగించిన భాష సరళముగా ఉండాలి. విద్యార్థులు స్వయంగా చదువుకొని చేసుకొనే విధముగా ఉండాలి. ఉపాధ్యాయుడు సౌకర్యకర్తగా మాత్రమే ఉండాలి.
- ప్రతీ పాఠ్యాంశము, ముందుతరగతిలో నేర్చుకొన్న అంశాలతో అనుసంధానపరిచే విధముగా పరిచయం ఉండాలి.
- వివిధ పాఠ్యాంశముల మధ్య అంతర సంబంధముండాలి.
- గణిత భావనలు అన్వేషణ మరియు కనుగొనట ప్రక్రియల ఆధారముగా అభివృద్ధి చెందుతుంది. పాఠ్యపుస్తకంలోని సమస్యలు ఒకే విధంగా ఒకే మూసలో ఉండరాదు. దీనికి బదులుగా విద్యార్థి ఒక సమస్య నుండి మరొక సమస్యాసాధనలోకి వెళ్ళేటప్పుడు నూతన సవాళ్ళను ఎదుర్కొనే విధంగా ఉండాలి.
- పాఠ్యపస్తకములో విద్యార్థులకు తార్కిక ఆలోచన, జ్ఞానమును పెంపొందించే విధముగా కృత్యములు ఇయ్యబడ్డాయి.
- విద్యార్థులు వివిధ అమరికలను పరిశీలించి, సాధారణీకరించి మరియు ఆ పరిక్రియలను కొనసాగిందచే విధముగా అవకాశములు కల్పించాలి.
- ఒక సమస్యా సాధనలో వివిధ అనుసరణ విధానాలు (వ్యూహాలు) ఉపయోగించేలా కృత్యములు ఇవ్వబడాలి.
- పాఠ్యపుస్తములోని ఇచ్చిన అభ్యాసములలోని సమస్యలను విద్యార్థులు స్వయంగా సాధించే విధముగా, ఇతర గణిత సమస్యలను సాధించే ఉత్సాహమునిచ్చే విధముగా ఉండాలి.

- పాఠ్యపుస్తకము విద్యార్థులు నూతన సమస్యలను రూపొందించే విధముగా ప్రోత్సహించాలి. (గ్రూపులలో లేదా వ్యక్తిగతంగా)
- ఈ స్థాయిలో సాధనలకన్నా నిరూపణ విధానానికి ప్రాధాన్యత కల్పించాలి. పాఠ్యపుస్తకంలో పొందుపరిచిన అంశాలలో నిరూపణ విధానాలకు, ఎక్కువ ప్రాధాన్యత నివ్వాలి.
- పాఠ్యపుస్తకం వినియోగించే విధానం, ప్రతి యూనిట్ ద్వారా పిల్లలు పొందాల్సిన సామర్థ్యాలు మొదలగు వాటికి సంబంధించిన మార్గదర్శకాలు పాఠ్యపుస్తకంలో ఇవ్వాలి.
- పిల్లలు ప్రత్యక్ష అనుభవాల ద్వారా గణితం నేర్చుకునే విధంగా తగిన ప్రాజెక్టులకు పాఠ్యపుస్తకాలలో చోటు కల్పించాలి.
- తరగతి గది లోపల, తరగతి గది బయట నూతన సవాళ్ళను ఎదుర్కొనడానికి సిద్ధంగా ఉండడానికి వీలుగా పాఠ్యపుస్తకంలో పజిల్స్, చిక్కుముడి ప్రశ్నల వంటి వాటికి చోటుకల్పించాలి.
- గణిత భావనలకు సంబంధించిన చారిత్రక నేపథ్యం, గణితశాస్త్రజ్ఞుల గురించిన విషయాలకు చోటుకల్పించాలి.

ఈ) ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత – ప్రగతి సూచికలు :

- ఉపాధ్యాయుడు వార్షిక, యూనిట్, పాఠ్య, పీరియడ్ ప్రణాళికలను తయారుచేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు 6, 7 మరియు 8 తరగతుల పాఠ్యపుస్తకములను క్షుణ్ణముగా చదివి, తను స్వయంగా అభ్యాసములోని సమస్యలను సాధించగల్గిఉండాలి.
- 6, 7 మరియు 8వ తరగతులను బోధించుచున్నప్పుడు ఉపాధ్యాయుడు ఆ పాఠ్యాంశ బోధనకు అవసరమైన పూర్వ జ్ఞానమును పిల్లలకు ఉన్నాయో? లేవో? పరిశీలించాలి. అవసరమైన సందర్భంలో వారికి సహకారం అందించాలి.
- నిర్ణీత వ్యవధిలో సిలబస్ పూర్తికావాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్యాంశ బోధనకు ముందుగా అందులకు అవసరమైన బోధనాసామగ్రిని ముందుగా సమకూర్చుకోవాలి.
- ప్రతియూనిట్ బోధనాంతరము అందరు విద్యార్థులు సరియైన విద్యాప్రమాణాలను, సామర్థ్యాలను పొందియున్నాడా? లేదా? అని పరిశీలించాలి. అవసరమైన ప్రత్యేక వ్యూహాలు రూపొందించుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు వృత్యంతర శిక్షణలో పాల్గొని తద్వారాపొందిన జ్ఞానం, నైపుణ్యాలను తరగతి గదిలో, ప్రణాళికలో అమలుచేయాలి.

ఉ) మూల్యాంకనము :

- మూల్యాంకనము సమగ్రముగా, నిరంతరముగా ఉండాలి.
- విద్యార్థుల ప్రతి స్పందనలు, రాతపని, ప్రాజెక్టుపనులు, లఘుపరీక్ష, మున్నగు సాధనములనుపయోగించి నిరంతరముగా నిర్మాణాత్మక పరీక్షను నిర్వహించాలి.
- నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనము విద్యార్థులను ప్రోత్సహించే విధముగా ఉండాలి. నిరుత్సాహపరిచే విధముగా ఉండకూడదు.
- నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకనములు విద్యార్థులలో విద్యాప్రమాణములు అయిన సమస్యాసాధన, అనుసంధానము, కారణములు చెప్పడం మరియు ప్రాతినిధ్యపరచడము పెంపొందించే విధముగా ఉండాలి.
- సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకనము సంవత్సరమునకు మూడుసార్లు రాతపరీక్ష రూపంలో నిర్వహించబడాలి.
- మూల్యాంకనములో 40 శాతము సమస్యాసాధనకు ప్రాధాన్యతనియ్యాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగా ప్రశ్నాపత్రమును తయారుచేసి సమ్మేటివ్ పరీక్షను నిర్వహించాలి. (సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకనం)

10. గణిత విద్యా ప్రణాళిక - అమలు (9, 10 తరగతులు)

(బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ, బోధనాభ్యసనాసామగ్రి, పాఠ్యపుస్తకములు, ఉపాధ్యాయుని సంసిద్ధత మరియు మూల్యాంకనం)

పరిచయము :

9 మరియు 10వ తరగతుల సెకండరీ స్థాయిలో చివరి తరగతులు. పదవ తరగతి పూర్తి అయిన తరువాత విద్యార్థులు అంకగణితము, బీజగణితము, రేఖాగణితము మరియు దత్తాంశ నిర్వహణ అంశాలలో కనీస సామర్థ్యాలను పొందిఉండాలి. ఆ సామర్థ్యాలు, నైపుణ్యములు విద్యార్థులు పై తరగతులను అభ్యసించేందుకు దోహదపడే విధముగా ఉండాలి.

ప్రతీ విద్యార్థి తరగతి గది గణితం నిత్యజీవితములో గణితం ఒకటే అని పరిగణించే విధముగా ఉండాలి. తరగతి గదిలో అభ్యసించిన గణితమును నిత్యజీవితములో అన్వయించుకొనే విధముగా ఉండాలి. విద్యార్థులు గణితములో నిర్దేశించిన ప్రమాణాలను అందుకోవాలని అంటే ఉపాధ్యాయుడు, తరగతి గది, పాఠ్యపుస్తకము మరియు మూల్యాంకనము ఈ కింది విధముగా ఉండాలి.

అ) తరగతి గది వాతావరణము – బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ :

- 9, 10 తరగతుల స్థాయిలో తరగతి గది వాతావరణము మరియు బోధనాభ్యసన కృత్యముల నిర్వహణ ఈ కింది విధముగా ఉండాలి.
- సెకండరీ స్థాయిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో ప్రాథమికంగా గణితంలో హేతుబద్ధంగా ఆలోచించే నైపుణ్యాలు పెంపొందించబడేలా ఉండాలి.
- అమూర్త ఆలోచనను అభివృద్ధి పరిచే విధముగా అవకాశములు కల్పించాలి.
- ఉపాధ్యాయులు సెకండరీ స్థాయి గణిత భావనలను నిత్యజీవిత సంఘటనలతో, వ్యవహారములతో అనుసంధానపరచాలి. పిల్లలు ప్రతి రోజూ (నిత్య జీవితంలో) మన చుట్టూ గణితం ఎక్కడ? ఏ విధంగా? ఎందుకు ఇమిడి ఉన్నదో గుర్తించి అవగాహన చేసుకునేలా ఉండాలి.
- గణిత నిర్మాణములు, సిద్ధాంతములకు ప్రాధాన్యతనిస్తూ బోధనాభ్యసన కృత్యములకు అధిక ప్రాధాన్యతనిస్తూ బోధన సాగాలి.
- గణిత ఫార్ములాలు, నిర్వచనములకు ప్రాధాన్యతను తగ్గించి గణిత భావనలకు అధిక ప్రాధాన్యతనివ్వాలి.
- సూత్రముల జ్ఞప్తి ఆధారముగా సమస్యాసాధనకు ప్రాధాన్యతను తగ్గించి తార్కికచింతన, అన్వేషణ, సాధారణీకరణకు విద్యార్థులు ప్రాధాన్యతనిచ్చే విధముగా కృషిచేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు ఒక సమస్యను విభిన్న పద్ధతులలో సాధించి చూపాలి. ఆ దిశలో విద్యార్థులు కూడా ప్రయత్నించే విధంగా కృషిచేయాలి.
- విద్యార్థులకు అభ్యసనకు అనుకూలము అయిన తరగతి గది వాతావరణమను ఉపాధ్యాయుడు కల్పించాలి.
- విద్యార్థులు నూతన సమస్యలను తయారుచేసి వాటిని సాధించే విధముగా ప్రోత్సహించాలి.

- క్రొత్త అంశమును తరగతిగదిలో ఉపాధ్యాయుడు బోధించే ముందుగా ఆ అంశమునకకు సంబంధించిన, కృషిచేసిన గణిత శాస్త్రవేత్తలు, వారి యొక్క ప్రయత్నములును వివరించాలి.
- గణిత సమస్యా సాధనలకు జ్యామితీయ నిర్మాణాలు, నిరూపణలకు, విద్యార్థికి తగినంత సమయము నివ్వాలి. పిల్లలు చేసేవాటిని ఎప్పటికప్పుడు పరిశీలిస్తూ సమస్యను సాధించే సమయములో విద్యార్థికి వచ్చే అనుమానాలను నివృత్తిచేయాలి. అవసరమైన సూచనలు ఇవ్వాలి.
- వైశ్లేషిక రేఖాగణితము మరియు త్రికోణమితిని ఈ స్థాయిలో నూతనముగా పరిచయము చేస్తున్నాము కనుక ఆ పాఠ్యాంశముల ప్రాధాన్యతను, ఇతర అంశములతో వాటి సబంధమును వివరించాలి. వాటి అభ్యసనం యొక్క ప్రాధాన్యతను కూడా వివరించాలి.
- విద్యార్థులందరూ తమ నోట్ పుస్తకములలోను, అభ్యాసములలోని, సమస్యలను సాధించేవిధముగా కృషిచేయాలి. దానిని పర్యవేక్షించాలి.
- భావనను వివరించిన తరువాత ఒక మాదిరి ప్రశ్నను నల్లబల్లపై రాసి దాని సాధనను చర్చించాలి.
- "ఇవిచేయండి", "ప్రయత్నించండి", "ఆలోచించి–చర్చించండి" అనే అభ్యాసాలలోని సమస్యలను తరగతిలోనే ఉపాధ్యాయుడు సమక్షంలో అందరు పిల్లలు సాధించేలా చూడాలి.
- "ఇవిచేయండి" ప్రశ్నలను విద్యార్థి స్వయంగా చేయాలి.
- "ప్రయత్నించండి" ప్రశ్నలను విద్యార్థులు సమూహముగా ఏర్పడి సాధించాలి లేదా వ్యక్తిగతంగా సాధించాలి.
- "ఆలోచించు – చర్చించు" ప్రశ్నలను సమూహములలో చర్చించిన తరువాత సాధించాలి.
- అభ్యాసములోని సమస్యల సాధనను పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేసి విద్యార్థులకు అభ్యాసంగా ఇవ్వాలి. పిల్లలు రాసిన వాటిని ఉపాధ్యాయుడు తప్పక ఎప్పటికప్పుడు పరిశీలించాలి. సమస్యాసాధనలో పిల్లలకున్న అనుమానాలను నివృత్తి చేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు తన యొక్క డైరీలో విద్యార్థుల ప్రగతిని పొందుపరుచుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులు నూతన సమస్యలను తయారుచేసే విధముగా మరియు వాటిని సాధంచే విధముగా కృషిచేయాలి.

ఆ) బోధనాభ్యసన సామగ్రి :

- 9వ తరగతి, 10వ తరగతి పాఠ్యాంశములను బోధించు సందర్భాలలో అవసరమైన బోధనాభ్యసన సామగ్రిని ముందుగా ఉపాధ్యాయుడు సమకూర్చుకోవాలి. కింద కొంత బోధనాభ్యసన సామగ్రి సూచించబడినది.
- రిఫరెన్సు పుస్తకములు మరియు గణిత సంబంధింత పుస్తకములు.
- మేగజైన్స్.
- గ్రాఫు కాగితాలు / గ్రాఫ్ బోర్డు.
- గణిత పరికరముల పేటిక.

- రేఖాగణిత ఆకృతులు (ద్విమితీయ, త్రిమితీయ).
- ఆధునిక వైజ్ఞానిక పరికరములు TV, DVD, టేప్‌రికార్డర్, సిడి, కంప్యూటర్, ఇంటర్‌నెట్ మొదలగునవి.
- జియో – బోర్డు మొదలగునవి.

ఇ) పాఠ్యపుస్తకములు :

- పాఠ్యపుస్తకములో ఉపయోగించిన భాష సరళముగా, అర్థవంతముగా ఉండాలి. పిల్లలు భావనలను (సులభంగా, స్వయంగా) చదివి అవగాహన చేసుకొనే విధంగా పాఠ్యపుస్తకాలుండాలి. ప్రత్యేకంగా పద సమస్యలలో వాడిన భాష మరింత సరళముగా ఉండాలి. అనగా సమస్యాసాధనలో పిల్లలకు భావపరంగా సమస్య (ఇబ్బంది) కలగకూడదు. అంతేకాకుండా అది సమస్యాపరిష్కారాన్ని సూచించే విధంగా కూడా ఉండరాదు.
- పాఠ్యపుస్తకంలోని ప్రతీ గణిత భావనకు అవసరమైన బొమ్మలు, పటములు మరియు సందర్భాల ద్వారా పరిచయం చేయబడాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు ఒక భావనను భోదించినప్పుడు, దాని పూర్వభావనలను వివరిస్తూ, ఈ భావనతో సంధానపరచాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన అభ్యాసములు విద్యార్థులను ఆలోచింపజేసేవిధముగా, తార్కిక చింతనను పెంపొందించబడే విధంగా ఉండాలి.
- ఒక సమస్యాసాధనకు బహువిధములైన సాధనాలను పాఠ్యపుస్తకములో ఇవ్వాలి.
- నిరూపణలను, ఉపపత్తులను రాసేటప్పుడు నిర్దేశిత పద్ధతిని అనుసరించాలి. దాని ద్వారా పిల్లలు వాటిలో ఇమిడిఉన్న తార్కికతను, హేతుబద్ధ ఆలోచనను (కారణములను) గుర్తించి అవగాహన చేసుకోగలగాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలో అవసరమైనచోట గణిత భావనకు సంబంధించిన చారిత్రక ప్రాధాన్యతను తెలియజేయాలి. ఆ భావనకు సంబంధించి కృషిచేసిన గణిత శాస్త్రజ్ఞుల గూర్చిన సమాచారం పొందుపరచాలి.
- గణిత పాఠ్యపుస్తకములు అమూర్తచింతనను, తార్కికచింతనను అభివృద్ధిచేసేందుకు అవకాశముకల్పించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకములో నిర్వచనములు, సూత్రములకు ప్రాధాన్యతను తగ్గించి గణితభావనలను అవగాహనచేసుకొనేందుకు విద్యార్థి ప్రయత్నించే విధముగా ఉండాలి. అనగా భావనలను వివిధ ఉదాహరణలు, నిరూపణలు మరియు సాధారణీకరణల ద్వారా అవగాహన చేసుకొనే విధంగా పాఠ్యపుస్తకాలుండాలి. పిల్లలు భావనలను అవగాహన చేసుకొని స్వయంగా సూత్రాలు, నిర్వచనాలను స్వంతంగా ఇవ్వగలగాలి.
- పిల్లలు పాఠ్యపుస్తకాలకే పరిమితం కాకుండా సంబంధింత గణిత రెఫరెన్సు పుస్తకాలు, ఇతర వనరుల ద్వారా గణిత భావనలను మరింత లోతుగా అవగాహన చేసుకునే అవకాశం కల్పించేలా పాఠ్యపుస్తకాలు రూపకల్పన చేయబడాలి.
- ప్రాయోగిక అనుభవం ద్వారా (ప్రయోగాల ద్వారా) అభ్యసనను మెరుగుపరచే విధంగా పాఠ్యపుస్తకం రూపకల్పన చేయబడాలి.

- ఉపాధ్యాయులకు పాఠ్యపుస్తక ఉద్దేశ్యము, లక్ష్యములు, పాఠ్యపుస్తక వినియోగం, సూచనలు, సలహాలు మరియు ప్రతి యూనిట్ ద్వారా పిల్లలు సాధించవలసిన సామర్థ్యములు, పెంపొందించుటకోవలసిన నైపుణ్యముల గురించి పాఠ్యపుస్తకంలో చోటుకల్పించాలి.

ఈ) ఉపాధ్యాయుని సన్నద్ధత – ప్రగతి సూచికలు :

- ఉపాధ్యాయునిక 9వ తరగతి, 10వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకములను పూర్తిగా క్షుణ్ణంగా అవగాహనచేసుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు వార్షిక, యూనిట్ మరియు పీరియడ్ ప్రణాళికను తయారుచేసుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు బోధనకు అవసరమైన బోధనా సామగ్రిని బోధనకు ముందుగానే సమకూర్చుకోవాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు వృత్యంతర శిక్షణలో పాల్గొని తమ నైపుణ్యములను అభివృద్ధిచేసుకోవాలి. పొందిన జ్ఞానము / నైపుణ్యాలను తరగతిగదిలో వినియోగించాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు నిర్ణీత వ్యవధిలో సిలబస్ పూర్తిచేయాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్యపుస్తకములో ఇచ్చిన అభ్యాసములకు అదనముగా మరికొన్న అభ్యాసములను ఇవ్వాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగా ప్రశ్నాపత్రమును తయారుచేసి పరీక్షలను నిర్వహించాలి.

ఉ) మూల్యాంకనము :

- RTE–2009 ప్రకారము 1 నుండి 8వ తరగతి వరకు CCE ను తప్పనిసరిగా అమలుపరచాలి.
- మూల్యాంకనము స్వభావము మరియు గుణాత్మకతను 9 మరియు 10వ తరగతులకు కొనసాగించాలి.
- 9వ, 10వ తరగతులకు కూడా CCE ను కొనసాగించాలి.
- 10వ తరగతి విద్యార్థులు బోర్డు నిర్వహించే పరీక్షలకు హాజరవ్వాలి.
- 10వ తరగతిలో విద్యార్థిని బోర్డు పరీక్షలలో వచ్చిన మార్కుల ద్వారా మాత్రమే మూల్యాంకనము చేయడము కాకుండా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల సందర్భాలలో నిర్వహించే అంతర్గత మూల్యాంకనానికి కూడా ప్రాధాన్యత నియ్యబడాలి.
- అంతర్గత మదింపులో గణిత అసైన్‌మెంటులు గణిత ప్రాజెక్టులు, కృత్యములు, పోర్టుపోలియోలుకు ప్రాధాన్యతనివ్వాలి.
- అంతర్గత మదింపు నిరంతంగా కొనసాగాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగా ప్రశ్నాపత్రమును తయారుచేసి పరీక్షలను నిర్వహించాలి.

11. బోధన మరియు అభ్యసన వనరులు - గణితము

పరిచయము:

ఆధునిక సాంకేతిక రంగములో ఇచ్చిన విప్లవాత్మకమైన మార్పులు ఉపాధ్యాయులు ప్రత్యక్షముగా లేదా పరోక్షముగా డిజిటల్ వనరులనుపయోగించి భోదించే విధముగా అవకాశము కన్పించబడుతున్నాయి.

1. విస్తృత సౌలభ్యం
2. వనరుల విస్తృత పరిధి
3. నూతన ఆలోచనలు
4. ఇంటర్‌నెట్‌లో ఉపయోగించే విధముగా ఉండాలి
5. వివిధ దేశాల నుండి లభ్యమయ్యే గణిత వనరులు వివిధ ప్రాంతాలలో నుండి ఉపయోగించగలిగేవి.
6. దృశ్య, శ్రవణ బోధనోపకరణములు
7. ఖర్చు మదింపు

డిజిటల్ వనరులను అర్థవంతముగా, ఉపయోగకరముగా విద్యార్థి, ఉపాధ్యాయుడు వినియోగించకోవచ్చు.

1. కొత్త పాఠ్యాంశము పరిచయం చేయడం / భావనను అవగాహన చేసుకోవడం
2. కీలక భావనల రూపకల్పన
3. పునరావృత అభ్యసనం
4. స్వయం పునరభ్యసనం
5. జట్టుపని
6. గణిత తార్కికత, సంధానము, సమస్యాసాధన, కారణములు చెప్పడము మున్నగు నైపుణ్యములను పెంపొందించడం.

ఇచ్చుట కొన్ని వెబ్‌సైట్ అడ్రసులు ఇయ్యబడ్డాయి.

జనరల్

The mathforum@ Drexel University (http://www.mathforum.org)

సెంటర్ ఫర్ ఇన్నోవేషన్ ఇన్ మాథ్‌మాటిక్స్ టీచింగ్ (సిఐఎంటి) (http://www.cimt.plymouth.ac.uk)

పిల్లలకు సరదా గణితం – మాథ్ క్యాట్ (http://www.mathcats.com), కౌంట్ ఆన్ (http://www.counton.org)

ఇల్యూమినేషన్స్ గణిత బోధనకు ఉపకరించే రిసోర్సులు (http://illuminations.nctm.org) పరస్పర కృత్యం (http://www.shodor.org/interactivate)

గాడ్సన్ మాథ్‌మేటిక్స్ ఇనిషియేటవ్ (http://www2.gisd.k12.nm.us/GMIWebsite/ImathResources.html)

గణిత పరస్పరకృత్యాలూ పజిల్స్, ఆటలు, ఇతరాలు విద్యకు సంబంధించిన ఆన్‌లైన్ రిసోర్స్‌లు (http://mathematics.hellam.net)

మాథ్‌నెట్ విద్యలో పరస్పర గణిత కృత్యాలు (http://www.mathsnet.net)

నేషనల్ లైబ్రరీ ఆఫ్ విర్చువల్ మానిప్యులేటివ్స్ (http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html)

న్యూజీలాండ్ మాథ్స్ (http://www.nzmaths.co.nz)

ప్రాథమిక వనరులు గణితం (http://www.primaryresources .co.uk/maths/maths.html.)

ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయులకు గణిత బోధన ప్రణాళికలు (http://www.oroteacher.com/100000.html)

గణిత కృత్యాలు (http://www.trottermath.net/contents.html)

గణిత పవర్‌పాయింట్స్ (http://www.worldfteaching.com/mathspowerpoints.htm)

సరదా గణితం – గణిత వనరులు (http://www.mathsisfun.com)

గణజత, సైన్స్ ఉపాధ్యాయులకు పోర్టల్ (http://www.msteacher.org/math)

గణిత ఆటలు, పజిల్స్, పాఠాలు పిల్లలకోసం రూపొందించినవి (http://www.coolmath4kids.com)

అంకెలు

మేజిక్ స్క్వర్లు, మేజిక్ స్టోర్స్, ఇతర పద్ధతులు (http://www.recmath.org/Magic%20Squares)

అంకెలతో సరదాలు (http://www.shyamsundergupta.com)

బ్రోకెన్ కాలిక్యులేటర్ గణిత శోధన (http://www.úoodlands-junior.kent.sch.uk/maths/brokencalculator/index.html

కాలిక్యులేటర్ సమస్యలు (http://www.mathplayground.com/calculatorchaos.html)

ప్రాథమిక పాఠశాల అంకెల గణనం (http://durham.schooljotter.com/coxhoe/currjculum+Links/Numeracy)

క్వార్క్స్ నుంచి క్వాజర్స్ పవర్స్ ఆఫ్ 10 (http://www.wordwizz.com/pwrsof10.html)

ఆల్జీబ్రా

ఆల్జీబ్రా పటిల్ (http://www.mathplayground.com/Algebra_Puzzle.html)

ఆల్జీబ్రా టైల్స్ (http://mathbits.com/MathBits/AlgebraTiles)

జామెట్రీ

(http://www.cyffredin.co.uk)

ఫ్రాక్టరీ ఫ్రాక్టల్స్ రూపొందించడానికి, పరిశోధించడానికి ఉపకరించే సాధనం (http://library.thinkquest.org/3288/fractals.html)

టెస్సల్లేట్ (http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate)

మాథ్‌స్పియర్ ఉచిత గ్రాఫ్ పేపర్ (http://www.mathsphere.co.uk/resources/MathSphereFreeGraphPaper.html)

పోలిహెడ్రల్‌కి కాగితం మోడల్స్ (http://www.korthalsaltes.com)

సమస్యల పరిష్కారం

గణిత పజిల్ (http://www.mathpuzzle.com)

పోలిహెడ్రల్ డిసెక్షన్స్ (http://www.johnrausch.com/PuzzlingWorld?contents.html)

పరస్పర గణిత కృత్యాలు, ఇతరాలు, పజిల్స్ (http://www.cut-the-knot.org)

పజిల్స్ మరియు ప్రాజెక్టులు (http://www.delphiforfun.org/Programs/Indices/projectsIndex.html)

10టిక్కులు ప్రతిరోజు పజిల్ పేజి (http://www.10ticks.co.uk/s_dailyPuzzle.aspx)

ఆర్కిమెడిస్‌లాబ్ టీచర్ల రిసోర్స్ : సమస్యల పరిష్కార నైపుణ్య అభివృద్ధి (http://www.archimedes-lab.org/index_teachers.html)

బ్రెయిన్ టీజర్స్ (http://www.pedagonet.com/brain/brainers.html)

జిమ్నాజియం ఫర్ బ్రెయిన్ (http://www.gymnasiumforbrain.com)

అవీ ఇవీ

మాథమేటికల్ ఇమేజరీ (http://www.josleys.com)

మాక్‌ట్యూటర్ గణిత చరిత్ర (http://www.history.mcs.st-and.ac.uk/history)

గణిత కార్టూన్‌లు (http://www.trottermath.net/humor/cartoons.html)

గణిత కొటేషన్ సర్వర్ (http://math.furman.edu/~mwoodard/mqs/mquots.html)

ఒల్‌ఫ్రేమ్ గణితలోకం అత్యంత విస్తృత గణిత రిసోర్స్ (http://mathworld.wolfram.com)

ఆప్టికల్ ఇల్యూషన్స్, విజువల్ ఫెనోమినా (http://www.michaelbach.de/ot)

ఆప్టికల్ ఇల్యూషన్స్ గ్యాలరీ (http://www.unoriginal.co.uk/optical5.html)

ఉపాధ్యాయులకు ఆన్‌లైన్ రిసోర్స్ (http://www.cleavebooks.co.uk/trol/index.html)

పరస్పర కృత్యాలు (http://www.shodor.org/interactive/activities/#fun)

గణిత సంబంధ వ్యాసాలు (http://www.mathgoodies.com/articles)

గణిత పదాలు, ఇతర ఆసక్తికర పదాలు (http://www.pballew.net/etyindex.html)

శాస్త్రవేత్తలు, గణితవేత్తల బొమ్మలు (http://www.sil.si.edu/digitalcollections)

గణిత బోధన మార్గాలు (http://www.teachingideas.co.uk/maths/contents.html)

ఈ-పుస్తకాలు

బొమ్మలతోకూడిన గణిత ఫార్ములాలు— సలీం (http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/mathformulas.pdf)

రామానుజన్ – ది మాన్ బిహైండ్ మాథమేటిషియన్స్ – సుందరేశన్, పద్మావిజయం (http://gyanpedia.in/tft/Resources/books/ramanujan.doc)

ఎ మేథమెటీషియన్స్ అపాలజీ, జి.హెచ్. హార్డీ (http://math.boisestate.edu/~holems/holmes/A%20Mathematician%27s%20Apology.pdf)

మాథ్స్ పజిల్స్, జి.గామోవ్, స్టెర్న్ (http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/puzzlemath.pdf)

1000 యూజెస్ ఆఫ్ 100 స్క్వేర్, లీ మిల్‌డ్రెడ్ బెర్డ్ స్లీ (http://www.mediafire.com/download.php?detnojrueje)

జామెట్రీ కామిక్ బుక్, జీన్ పీరీ పిటిల్ (http://www.mediafire.com/?ud0nnnujzyy)

ఎలిమెంట్స్ యూక్లిడ్ (http://www.mediafire.com/?ud0nnnujzyy)

పిల్లలు గణితం ఎలా నేర్చుకుంటారు (http://gyanpedia.in/tft/Resources/books/mathsliebeck.pdf)

పాఠశాల సైన్స్‌లో ప్రయోగాలు, జె.ఎన్.కపూర్. (http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/jnkapur.pdf)

సరదాగా గణితాన్ని అభ్యసించేందుకు ఉపయోపడే కొన్ని వెబ్ లింక్స్

http://www.primaryresources.co.uk/maths/maths.html
http://www.proteacher.com/100000.html
http://www.trottermath.net/contents.html
http://www.msteacher.org/math
http://recmath.org/Magic%20squares
http://www.shyamsundergupta.com
http://www.woodlands-junior.kent.sch.uk/mahts/broken-calculator/index.html
http://durham.schooljotter.com/coxhoe/Curriculam+Links/Numeracy
http://www.mathpalyground.com/Algebra_Puzzle.html
http://www. Mathbits.com/MathBits/Algebra Tiles/Algebra Tiles
http://www.worldofteaching.com/mathspowerpoints.html
http://www,mathsisfun.com
http://www.coolmath4kids.com
http://www.mathpalyground.com/Calculator_Chaos.html
http://www.wordwizz.com/pwrsof10.html
http://www.mathpalyground.com/algebrapuzzle.html
http://www. Mathbits.com/MathBits/Algebra Tiles/Algebra TilesMathBitsNew07mpFree.html
http://www. Mathbits.com/MathBits/Algebra Tiles/Algebra TilesMathBitsNew07mpFree.html

References :

1) Mathematics Today.
2) NCERT/CBSE Books (exemplar books etc)
3) Other state books Tamilnadu, Karnataka, Kerala State Books.
4) Other Countries Books .
5) www.apmathsforum.com
6) www.apscert.in
7) www.-arrindgupthabooks.com
8) http://www.indianjoumals.com
9) http://www.mathematicsmagazine.com
10) http://www.mathontheweb.org/mathweb
11) http://www.publishersglobal.com
12) http://www.publishersglobal.com/directory/subject/Mathematics-publishers
13) http://www.educationereimagined-org/geometry/igadackkosvvzt70CFYchoQodb20AYg
14) http://www.metitnation.com

గణిత విద్య కోసం చదవవలసిన కొన్ని ముఖ్యమైన వ్యాసాలు

Pedagogy of Mathematics

— Hriday Kant Dewan

Before we begin certain issues entwined with the word "Pedagogy" need to be pointed out and elaborated. This word is commonly used as a convenient hold all but because of this and in some contexts inspite of this it still can not be completely discussed by itself. to explore its implications some other key elements need to be specified.

Can pedagogy stand by itself?

The first pre-requisite is the need to know the discipline being considered well. We need to know what it contains and its nature. this means to thinik about pedagogy of Mathematics is, what it includes, how it functions and then go to other questions. The first level answer to what it contains is : aritmetic and its generalization (i.e. algebra), geometry, statistics, analysis of number system and other such categories. It can be described as abstracting, organizing and generalizing of human experience related to quantity, shape and their transformation. Subsequently it becomes the basic language for building abstract and general ideas in all disciplines. Knowledge and constructs in Mathematics have gone far beyond the initial need of the human society for quantification, measurement and spatial visualization. As an abstract language, it links ideas and concepts in different domains. As it has grown, it has also sought to nurture commonalities across different domains of human experience.

The second pre-requisite is the need to articulate within Mathematics what we going to transact. The manner in which tables can be memorized is different from the way in which students can be helped to understand how to solve word problems or understand the idea of a variable. Pedagogy is not an epistemic category and cannot help you choose what you want to transact even though it may relate to and even be governed by these choices sometimes and vice verse. This relationship, where it can be seen, is striking and crucial. For example, you can not help children rote learn tables in a so-called constructivist manner nor have children explore open ended patterns in a classical behaviorist framework.

How do we construct what is to be transacted?

The multifaceted linkages of mathematics and its abstract nature prompt the NCF to suggest mathematization of child's understanding as a key goal for Mathematics teaching.

This means there needs to be an attempt to help the child abstract logically formulated general arguments, go into organizing her experiences deeply and equip the child to transend individual events and chance occurences. In a sense move towards a more general and rational view point. The Mathematics syllabus for the elementary classes has to revolve around understanding and using numbers and the system of numbers, understanding comparisons and

> ***"The Mathematics syllabus for the elementary classes has to revolve around understanding and using numbers and the system of numbers, understanding comparisons and quantifying them, understanding shapes and spatial relations, handling data etc.***

quantifying them, understanding shapes and apatial relations, handlind data etc. In order to understand what aspects of these we need to transact and how we would transact it, the area aof Mathematics needs to be understood in a wider perspective. We need to have a broad picture and the entire scope in our minds. This would then need to be narrowed to the classroom and specific choices. For clarity on these we would require a statement in our mind about the reason for these choices.

The capability of solving problems can be considered in manyh ways. One very obvious way is to get the child to almost copy solutions. The problems given follow the examples. There are no other types of questions leave alone finding ways to address them. A good problem solving task requires being able to locate and find a variety of clues within the problem, find the formulation to solve it and then fulfill the steps. The expectation is development of the ability to solve just one kind of problem in the same way. The way Math is described here is not a system of handling operations but rather the ability to construct and understand algorithms.

This logically leads us to the other question "Why do we teach Mathematics?" If children fall to learn to abstract and are not able to follow the logic, do we really need to teach these aspects of the subject to them? Is there a cultural bias to Mathematics or can there even be a genetic bias that implies only some children can learn it? Is abstraction in Mathematics, Science, Philosophy, other subjects including History and Music a non-universsal ability? Or is ther someting peculiar about abstraction in Mathematics? We can all enjoy the rhythm of a beat but to appreciate what is known as classical music or classical dance requires an experience or situations that do not appear to be universally available. Is the ability to generalize and play with numebrs and space similar?

In this situation what then should constitute the universal elementary or secondary school curriculum? What is it that we can expect and want all children to learn such that they do not end up thinking of themselves or being described as incapable? The question asked can be, is it not sufficient for them to know counting numebrs and operations on them and a bit of decimal fractions and commonly used fractional numbers? Do we need to insist on making Math abstract and apparently so complex that many cannot follow it? Is the fact that children do not understand a certain kind of Math and are terrorized by it, a result of the way it is taught or is it due to the kind of content covered? Is terror the nature of the subject itself? So there is a complex interplay bewteen the questions - What is Mathematics? And what area of Mathematics is needed and can be transacted in elementary classes? In this we need to also consider whether all of it need to be universally learnt at this stage. We have to spell out (a) why is it needed for that age group, that backgound and in that historical context for children and (b) can it be learnt by students of that backgound at that stage given the circumstances of schools and teachers. The choices made need to be able to go through these filters. It is obvious that it is neither easy to construct these fillers with comprehensive information and arguments and nor is it easy to reach a consensus on implementing and discussing them given the hiatus these abilities seem to provide in the social and economic status accessibiligy.

As is evident from above content, 'what is pedagogy?' is difficult to address on its own. Its scope and conceerns are not articulated very precisely and there is not enough consensus on how it may be defined. There is, however, a common sense understanding that guides the way it is used generally.

What is Pedagogy?

Pedagogy is broadly used to imply the way a subject will be transacted. Described thus there are many obvious components of the word pedagogy. They include classroom transaction and process, nature and type of teaching-learning materials, assessment system, teacher student relationship, the nature of student engagement, the classroom arrangement etc. This is of course influenced by (and for some people includes) the chosen set of content, information, skills and concepts to be transacted and acquired. Pedagogy needs to worry about the inclusino of all the learners in the learning engagment. This implies the need for an awareness and sensitivity towards diversity and a concern about choices and context inthe syllabus. If you carefully consider the mainfestations of pedagogy in the classroom, then we know that it is also concerned with the way teachers are prepared, how they are dealt with administratively, the school building, the classroom, the social, economic and political undercurrents existing due to the diversity in the classroom and among teachers. There may also be other systemic and contextual aspects that may influence how transaction takes place. This then becomes a really extended set.

We would here, limit ourselves to some of the aspects. In these a few of the clearly discernible aspects mentioned above will be reiterated as issues that critically influence pedagogic consideration. These include :

a) Aims of teaching Math.

b) Nature of Mathematics and its key principles.

c) The teacher and her perspective.

d) How children learn Mathematics.

e) The attitude to the subject in society.

This will help us derive specific expectations and purposes for different class and age groups. This is what consitutes the syllabus. The first two components have to be informed by the so-called subject, its nature, purpose for human society and for the students for whom the transaction program is being developed. One has to keep in mind the person who is going to transact the learning so as to understand what the aims, expectations and learner backgounds demand from her. The third is: is there any specific understanding that we need about how this subject is learnt? This will help us construct classrooms that aid learning. The fourth is the prevalent attitude in society about Math-be it teaches, students or parents. All these contribute critically to the pedagogy of the subject.

Teaching Mathematics : Some Approaches

Discussing teaching-learning of any subject requires a basic understanding of now children learn. That should form the basis of our program particularly if each different component of the subject has a character that gives a specific tinge to its learning. The experience of these components for a particular child and the nature of the expectations from her can also be very different in comparison to the other children. For many years, Mathematics learning, like all other learning was considered to be linear and through repeated practice. Whatever was to be learnt had to be broken up into small components and given to children to practice bit by bit. The MLL (Minimum Learning Level) was a crucial example of this approach. In this the pedagogy was claimed to be competence directed.

There is also an expectation from the text book and other materials that for each small element termed as 'competency', there would be one page or one section entirely devoted to it. It was expected that once the child has gone through this she would automatically and surely have developed that once the child has gone through this she would automatically and surely have developed that part of the competency and needs now to go on to learn the next part. The MLL document itself used the word competency in many different ways. It was used loosely to describe information recall, procedure following, applying formula and in some cases concepts and problem solving as well. As a result of this, it is not clear how the word competency in the MLL document should be unpacked. The on-ground discourse on competency has also not moved forward. In this case Mathematics given its analyzed in the same framework and conceptualized as bit by bit and through practice of procedures and remembering facts.

Another element that pedagogy is crucially dependent on is the presentation of the teaching learning material (workbook and text book) and what it expects the child to do and how it suggests the class be organized and assessment made. The material needs to be clear on whom it is addressed to and therefore what it should contain. If the material is for the child then it has to have approapriate spaces, font size, suitable illustrations designed for children and appropriate language.

The textbooks and Mathematics classrooms before the advent of MLL and after the advent of MLL have remained essentially similar due to the fact that students are still being asked to practice algorithms and learn to numerate quickly. Articulation by the child, inclusion of the language of the child and allowing the child to

explore and create new approaches to engage with mathematic situations are still not expected and not even accepted in materials. They follow the "consider the given solved example and do some more", approach to Mathematics learning. We may also point out that the mention of a specific competency to be acquired meant the earlier mixed exercises that at least exerted the mind of the child in someway, also got limited to practicising just one option. It was at this time recognition for design, need for illustrations and color in the books emerged so at least the books were different. The principles informing the illustrations, design and other aspects however did not include the need to create space for the child to actively engage her mind.

In the absence of clear articulation, word competency was focused on explanation and telling short-cuts and facts. The key words 'learning by doing' and 'competency', in the context of Mathematics were inadequately explored and insufficiently addressed. Addition was a mere operation and acquiring it was the capability of adding single digit, 2 and more digit numbers with no carry over and then with carry over as colums additions. In ths quest to make Math a doing subject, competency based fractional numbers became definitions and operations. The itemized view of Mathematical ideas implied the narrowing of space for the child to formulate and articulate her own ideas and logic.

Two views on how to teach Mathematics

In analyzing how Mathematics is taught there are two contrasting views under which programs can be classified. We see classrooms constructed as a combination of these in some proportion. One view is that if you have students practice a lot of sums using algorithms and shortcuts, they eventually start understanding how the algorithm works and may get a sense of why it works. In any case they learn the steps clearly and are able to use it in any context. The nature of questions would, however, be varied.

The other view is that learning Mathematics is about developing an understanding of how the subject is constructed, its basic elements and working out the logical steps that lead to the algorithm and short-cuts in some areas. The child here is expected to be able to develop multiple strategies for problems and also use the algorithms if she finds it appropriate. The argument would not be that this is the best algorithm and has to be learnt by everyone but choose if appropriate. Students can also know, discover and discuss the nature of shortcuts and apply them if they so desire.

There are many examples given for the need for having children learn more than just algorithms. The simplest is addition of two digit numbers and the evidence that every often children introduced to these mechanically, end up viewing them as adding two independent one digit numbers placed in different columns.

There is also a lack of appreciation of the fact that when we multiply any number by a 2 or 3 digit number, the product from the 'tens' digit is not placed directly under the product from the unit place number. It is shifted by putting a cross under the units place. For example :

```
   17
 x 23
-----
   51
  34x
-----
```

we are not always asked to seek a reason for the shift. There are similar examples from division as well.

Some people argue that the concepts of carry over or borrowing require an understanding of place value and therefore, unless we have children develop reasonable capability in plece value they will not be able to do additions and subtractoins that require such steps. The essential point here is that the focus is on learning

the structure of the subject and the concepts. Once that happens the applications would gradually be learnt by the students. So in these while the eventual goals may be agreed upon, the approach is strikingly different.

Concrete to abstract : What does it mean?

Another aspect of pedagogy is related to the role and nature of materials in the classroom. We generally believe that abstract concepts are acquired through a process of creating, experiencing and analyzing concrete situations. There has been an increasing stress on putting in more and more concrete materials in the Mathematics classrooms. The idea of so-called Math bad has been supported and advocated widely. The feeling is that children understand concepts through the experiences in Mathematics laboratory. This needs to be considered carefully.

It is evident that the idea of using concrete materials and contexts for helping children learn is important. These serve as a temporary model to represent abstract concepts For example 5 stones are a concrete model for 5 and so 5 chairs. A triangle as it can portray some key properties of the triangle. It must be recognized that these artifacts do not fully represent the concepts of 5 or the triangle. They are only scaffolds for us to communicate what these terms mean inthe initial stages. Gradually learners have to move away from these concrete scaffolds and be able to deal with mathematical entities as abstract ideas that do not lend themselves to concrete representations.

A quadrilateral is closed figure bounded by 4 straight lines. A line is a one dimension infinite string that has no thickness. The point is that an actual line and hence a quadrilateral cannot be represented by even a drawing on the board leave alone by a concrete representation. So while it is important to begin with concrete experiences, gradually the child must articulate using her own language and move on. Mathematics going through the stage of using pictures and then tally marks etc. has to transit to symbols. This is an essential component of learning to do Math. Teh learning of Mathematics has to culminate in being able to deal with mathematical ideas on their own without any scaffolds. Therefore, when we advocate the Math laboratory for senior schools there is both a pedagogic as well as an epistemic question about whether this is the appropriate direction to proceed in.

The idea of laboratory in Sciene is to have the students explore some phonomena. She would make observations related to it and then based on the observations attempt to deduce some kind of causal connections. Utilizing many such experiments and data from earlier experiences, the student can be checked by further experimentation. The epistemological touch stone for ideas in Science can be arguably experimental observations and validations. This unfortunately is not true for Mathematics and therefore using the Math lab to have children deduce or prove mathematical statements by measurements or through models, is an epistemic and also a pedagogic error. The attempt at this stage has to be to enable the child to deal with abstract ideas.

Unlike the rich experience of language that the child comes to school with, ideas of Mathematics are not so richly experience based. All children are able to deal with numbers and arithmetic that they need in daily life. They are also able to organize the space around them and carry out spatial transformation to the extent they need. This knowledge is profound and complex. It shows the innate capability of the child to acquire these ideas. All children in any society are able to deal with these ideas. The problem comes whien we attempt to transact Mathematics and want them to de-contextualize and arithmetic that they need in daily life. They are also able to organize the space around them and carry out spatial transformation to the extent they need. This knowledge is profound and complex. It shows the innate capability of the chhild to acquire these ideas. All children in any society are able to deal with these ideas. The problem comes when we attempt to transact Mathematics and want them to de-contextualize and abstract the number, shapes transformation, operations and why all these work. The discipline of Mth is to be able to talk aout abstractions and how relations between abstract quantities can be understood and developed. In the primary classes Social Science and Science are also largely experience based and there is recognition that abstract concepts should not be imposed at this stage. Even in the upper primary classes it is possible to

make Science replete with concrete experiences and use the available experiences of the child as well as the experiences provided in the classroom to help her construct a frame work of concepts. Mathematics does not allow this easily.

A lot of Mathematics pedagogy depends upon how the teacher engages with children. The classroom atmosphere has to be such that children can participate, articulate their ideas, make mistakes and talk about them without fear. Such an Mathematics. There is no one method or one technique that we can recommend for teachers to follow. She has to follow the classroom and create processes that facilitate engagement and dialogue that move forward gradually but can also return to an earlier point and develop again in a different way. The key aspect of Math classroom has to be the recognitin that chidlren will develop mathematical ideas and concepts though assimilation with their own previous ideas and experiences and modify them in the process of interactions. Each of us develop our own way of solving problems. It may require exposure to a lot of algorithm and methods but with an openness to create and examine more. They should be able to absorb available ideas and accommodate them in their conceptual framework. The models that anyone of us use or the artifacts a student constructs can help her understand the problem and develop a strategy but would not help everyone. They will be different for each of us.

You cannot help a person learn Mathematics by giving her short-cuts or imposing on her your way of solving problem. Your way may appear very simple, neat and elegant to you but that may not be so for her. We categorize and use ideas in our own ways and use steps that we can think of. It is doubly difficult task to understand the problem and then also discover the underlying logic of the process you have used to construct the solution. Mathematics will be learnt when the student will develop her own strategy, use the concepts and the algorithm inthe way she wants. This clearly implies that chilfen must have the opportunity to do lots of problems and solve them in many different ways.

We must expose the learner to these different varieties and develop not only the capacity to construct their own answer but also look and attempt to analyze and comprehend somebody else's answers. They need to be unafraid of making mistakes and confident of articulating their understanding. The implications in the classrooms are that children will work on their own, in groups make presentations on the solutions they have found and construct new problems as well as new generalizations. The classroom has to be such that the child is involved and engaged at each moment.

There has been a lot of talk about constructivism and teaching-learning processes. There have been arguments suggesting that teaching-learning process should be constructivist. This is sometimes interpreted to mean that children should be allowed to follow their own paths and decide what they want to do. It must be emphasized here that like the use of materials in Mathematics the space for the child to articulate her own understanding and building upon it needs to be interpreted in the context of an organized sharing of knowledge with the child and the nature of the discipline. Once the basis of deciding the Mathematics curriculum is arrived at then the classroom and the school has to help the child develop capability in the areas considered important. The teacher cannot ask children what should be done. At best she can construct options that are in conformity with the goals and objectives set out in the program for them to choose from. The notion of constructivism itself and its relationship to Mathematics teaching-learning needs to be explored and analyzed more carefully.

Assessment in Mathematics

An important part of any pedagogical statement is assessment. Whild there are general principles. The general key principles of assessment such as (a) the purpose of assessment (b) the participationof student in the assessment process (c) the mechanism of assessment (d) the way feedback would be provided to the child.

The manner in which assessment is done at present instills a feeling of fear and purposelessness for most children. Except for those few who are confident of doing well, the others usually want to get over it quickly and scrape through somehow. No one sees a relation between the examination, performance in examination

and learning. In Mathematics examin ations, particularly, the nature of the tasks given and the manner in which theyare assessed lead to children being afraid of not just the examination but even the process of engaging with Mathematics. The entire assessment process in aimed to exhibit what the child does not konw rather than to discover what she knows. Concepts of formative, summative evaluation and other such terms do not spell out the prupose, importance and implications of gooe assessment processes. In recent years we have talked about continuous and comprehensive evaluation, no examination assessment and have argued for the teacher providing extra support to children who lag behing outside the class.

The revocation of the examination, the no-deterntion policy and the idea of outside the classroom support may appear to be conceptually nice but it is not operationally possible.

Education is a dialogue between school, teachers and the children. It this dialogue is not facilitated with trust, and openness is disallowed it would result in serious distortions in the clasroom processes. In Mathematics specifically it is important for the child and the teacher to know what she knows and also havge a sense of areas that she is struggling with. The process of the child needs to be based on what she was able to do earlier. We need to grade the performance of the chiild in that period rather than grade her against other children. Assessment and expectation is an important part of the requirement to make an effort. The fear of examination cannot take away purpose that assessment serves.

The way society looks at Math is a combination of awe, fear and a passport to success. There are strong beliefs about those who are able to learn Mathematics being more intelligent and have a greater chance and capability to succeed in life.

Mathematics is looked upon as a filter that would separate those who would be moving towardws higher intellectual prusults and those who would take up less intellectual roles in society. The anxiety of occupyng the intellectual and technical roles leads parents and teachers to pur pressure on students to learn. There is sub-conscious beginning of sorting by declaring many students incapable of learning and therefore helping them by some short -cuts to pass the examinators.

The fear of assesement and subsequent doors that are assumed to open on learning Mathematics lead to a tense atmosphere in the classroom. The general feeling in the society that it is difficult and has to be such that it can only be done by a few, prevents any attempt to allow children to slowly develop their ability.

It is difficult to conclude this discussion but it is clear that in considering pedagogical aspects of Mathematics it is not merely methods, classroom arrangements and presentations styles that we are talking about. We have to comprehensively look at education and the context of Mathematics, children, parents and teachers along with their aspirations, to move forward on the understanding pedagory.

Hriday Kant Dewan *(Hardy) is a Memeber of the Founding Group of Eklavya, and currently is the Organising Secretary cum Educational Advisor of Vidya Bhawan Society, Udaipur. He has been working in field of education for the last 35 years in different ways and aspects. In particular he has been associated with efforts on educational innovation and modification of the state's educational structures. He can be contacted at* ***vbsudr@yahoo.com.***

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

The Nature of Mathematics and its Relation to School Education

– Amitabha Mukherjee

Background

Mathematics, among all school subjects, enjoys a unique - and paradoxical - status. On the one school education. It is taught as a compulsory subject right from Class I to Class X. Moreover, it is often regarded as a kind of touchstone : an educated person is one who knows Mathematics. On the other hand, it is the most dreaded of school subjects, leading to a widespread sense of fear and failure among children. Even adults who have gone through school successfully can be heard to declare : "I could never follow Math in school." (When some of us started the School Mathematics Project at the Centre for Science Education and Communication, Delhi University, in 1992, our aim was to address this fear. For a more recent articulation, see the Position Paper of the National Focus Group on the Teaching of Mathematics, URL http://www.ncert.nic.in/html/pdf/schoolcurrimulum/position_papers/Math.pdf)

The above dichotomy raises a number of questions. Some of these are : what is Mathematics and why should we teach it in school? Does the problem with school Mathematics have something to do with the nature of Mathematics, or the way it is taught, or both? Can everyone learn Mathematics up to a point? Waht Mathematics should we teach in school? How should we teach it?

To attempt to provide answers to all the above questions would be ambitious, even foolhardy. In this article I will focus on some changes that have taken place in the thinking about school Mathematics over the last five decades, and their impact as felt in India in the last few years.

Mathematics for all

Any contemporary discussion on school Mathematics must take into account the context of Universalisation of Elementary Education (UEE). Today, UEE seems to be an attainable target rather than a distant dream. The next milestone of Universal Secondary Education (USE) will surely form a major part of the educational agenda in the coming decade. Thus when we talk of school Mathematics we are talking of something that is addressed to all children.

Can everyone learn Mathematics? The answer, fifry years ago, would perhaps have been adults talk of children who 'will never be able to learn Mathematics'. How does this face up to the concerns of UEE/USE? Taking categorical position, the Position Paper mentioned earlier asserts that :

> *Our vision of excellent mathematical education is based on the twin premises that* ***all students can learn Mathematics and that all students need to learn Mathematics.*** *It is therefore imperative the we offer Mathematics education of the very highest quality to all children.*

The question which then arises is : what kind of Mathematics teaching can meet the needs of all students. To be able to address this, we need to achieve some clarity about the goals of Mathematics education.

Given that all chidlren are going to be learning Mathematics up to Class VIII and perhaps Class X, the main aim of school Mathematics teaching cannot be to produce Mathematicians.

The aim(s) of School Mathematics Education

Given that all children are going to be learning Mathematics up to Class VIII and perhaps Class x, the main aim of school Mathematics teaching cannot be to produce Mathematicians. It cannot, for that matter, be to help produce scientists and engineers, in spirte of the special and important place that Mathematics occupies with respect to these disciplines. What then are the goals of school Mathematics education? The Position Paper says : ***Simply stated, there is one main goal - the mathematisation of the child's thought processes.***

In other words, the aim is to learn to think about the world in the language of Mathematis, and to develop the kind of thinking that is special to Mathematics. On the other hand, a look at curricula and textbooks in force in the country would seem that 'university education', or perhaps 'IIT education', has dominated the content and style of school Mathematics. No wonder a majority of past and present school goers have no love for the subject!

What is Mathematics, anyway?

If mathematisation of thinking is the main goal of Mathematics education, we need to have some agreement on what contitutes Mathematics. If you ask people at random the question "What is Mathematics?" You will most likely get spontaneous answers "Addition, Subtraction, Multiplication and Division". (On second thoughts or if pressed, people usually add algebra and geometry.) Now these operations on numbers undoubtedly form an important part of Mathematics, but they alone cannot serve to difine Mathematics or mathematical thinking. I will not attempt to give a definition; instead, I give you some examples of mathematical thinking.

"The door is between me and the wall."

"There are around fifty toffees in the jar."

"This galss is tall but thin. It will take less water than the wide mug."

"Nineteen and fifteen is... twenty and one less than fifteen... that's thirty-four."

"The station is about fifteen minutes if you take the road, but there's a short cut which will get you there in ten minutees."

At first sight, it may seem that the first statement carries no evidence of mathematical thinking. For a pre-school child, however, articulating spatial relationships such as 'above', 'below', 'between', 'beyond' is an important part of mathematisation.

Mathematisation of thought is not an absolute, onetime event. Through school and beyond it, children and even adults continue to Mathematise. On the other hand, our curricula may contain a lot of things that students learn without any accompanying processes, and hence without contributing to the real learning of Mathematics. Here are some examples, which, unless backed up by appropriate classroom processes, could end up being learnt by rote.

"To divide someting by m/n, you multiply by n/m."

"The LCM of a and b is a times b divided by the HCF of a and b."

"All triangles with the same base and height have the same area."

The problem of Abstraction

Youngchildren learn about the world by handling objects. Their introduction to Mathematics therefore, is through the same route. Yet Mathematics, even in Class-I, necessarily involves abstraction. Consider a statement from the lowest level of school Mathematics :

"Two and two make four."

This is a statement about two and four, which are abstract entities. The wheels of a bicycle, a pair of socks and two apples have something in common : a property which we can call 'two-ness'. "Two apples and another two apples taken together make four apples" is a statement about the physical world, which can actually be tested - unlike the above abstract statement.

Martin Hughes in his 1986 book "Children and Number" records many conversations with children, which show that children have a "surprisingly substantial knowledge about number "before they start school. However, this knowledge is not couched in the formal language of the Mathclassroom. A child may correctly count the number of bricks in a box, and predict that if there are eight bricks in it, two more bricks added will make ten bricks in all. Yet the same child has no clue when asked the abstract question : "How many is eight and two?"

Such experiments have subsequently been done by many others, with similar findings. The implication for the classroom is that activities with concrete objects should come before the transition to the formal, abstract language in which mathematical content is usually framed. Moreover, the transition from the informal to the formal should be specifically addressed in our classroom practices.

The Construction of Mathematical Knowledge

Since the basic objects of Mathematics are abstract, we may wonder if they have an existence which is objective and independent of the human mind, or if they are constructs of the mind. This is an issue which philosophers have been debating since at least the time of the philosopher - Mathematican Rene Descartes (1596-1650). Are numbers, for instance, 'out there', or do they exist only in our minds? The various positions on this are summarised, for example, by Bertrand Russell in his very readable little book "Introduction to Mathematical Philosophy". I will sidestep this discussion for the moment to consider a slightly different aspect of the issue, one which is more directly relevant to the classroom.

It is generally agreed now, following the work of Piaget, Vygotsky and others, that children do not acquire knowledge passively. Rather, each learner actively constructs knowledge for herself. The process of knowledge constcuction involves interacting with the external world as well as with other people. Thus it does not matter whether mathematical entities have an objetive existence or not : We all have to go through the process of constructing them for ourselves.

Although piaget was not really concerned with school Mathematics, his work bears directly on the learning of Mathematics at the early stages. Constance Kamil has argued, for example, that yound children do not discover arithmetic, they re-invent it. At first sight this may seem contrary to the claim that pre-school children have a substantial knowledge of Mathematics, or at least number. However, there is no real contradiction if we remember that children are exposed to many contexts for mathematical knowledge before they enter school.

Is Mathematical Knowledge Unique?

Before we turn to the implications of these considerations for the classroom, we have to address the issue of what Mathematics to teach. Should our curricular choices be dictated by the structure of mathematical knowledge alone? If so, is this structure unique and universal? If this question is posed to a professional Mathematician, the likely answer will be an emphatic YES. However, we must remimber that members of the Mathematis research community are a self-defined, closed social group. As argued earlier, the aim of school Mathematics education cannot be to secure for learners membership of this elite group.

Researchers in many countries, including India, have documented many different traditions in Mathematics. Some of these are found in tribal and other isolated communities, while others - labelled 'street Mathematics' - can be seen to co-exist with the formal Mathematics taught in schools. Masons, plumbers and other artisans are ofter found to use their own, trade-specific, forms of Mathematics.

At a deeper level, the kind of Mathematics that engages the community of mathematicians at any place and time is determined by the other social groups to which the mathematicians belong. Considerattions of race, language nationality and religion cannot be ruled out, even though mathematicians may like to believe they are above and beyond such influences. The picture of Mathematics as a subject that has evolved linearly, largely in the West, from Euclid through Newton to the present day, is one that is increasingly challenged these days.

Implications for the Pedagogy of Mathematics

The above considerations naturally lead to some conclusions on how Mathematics should be taught. Since this volume carries an article on the Pedagogy of Mathematics, I will be brief.

1. Children should be provided contexts in which the learning of Mathematics can take place. These contexts have to be 'realistic' but not necessary real.
2. In th early classes there should be plenty of opportunity for children to handle concrete objects.
3. Special attention should be paid to the transition to the formal, symbolic mode. Early teaching of algorighms is to be discouraged.
4. Learning basic skills is important, but thinking mathematically even more important.
5. Learners should not be given the impression the mathematical knowledge is a a finished product.
6. Overall, the teacher should play the role of a facitlitator with each learner engaged actively in the processes of learning Mathematics.

Conclusion

It may appear that issues related to the nature of Mathematics belong to the reaim of philosophy, and have little relevance to the teaching of Mathematics in elementry classes. However, as argued above, there is in fact a profound connection. It is important, therefore, for people involved in school Mathematics - teachers, school heads, teacher educations, etc. - to engage at some level with the king of issues discussed here. How best this can be done remains an open question.

Amitabha Mukherjee *is Professor of Physics at the University of Delhi and was Director (2003-2009), Centre for Science Education and Communication (CSEC). He was closely associated with the Hoshangabed Science Teaching Program. His involvement in Mathematics education dates to 1992, with CSEC's School Mathematics Project. He was a Member of the National Focus Group on the Teaching of Mathematics, set up in 2005. He can be contracted at* **amimukh@gmail.com**

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

A Culture of Enjoying Mathematics

– Shashidhar Jagadeeshan

Introduction

It appears that whether we like it or not, Mathematics pervades all aspects of our lives. Whether you are a farmer or a techie, a comfortable relationship with Mathematics, and competency at the level at which one uses it, is a requisite in an equitable society. Some will argue that even if the content of Mathematics learnt at school is forgotten, students will retain the ability to think clearly and logically (an essential life skill) because of their exposure to mathematical reasoning. The tacit assumption here is that learning Mathematics will not only help us in our daily lives but will also enhance the quality of our life. How ironic that for a vast majority their experience with Mathematics is so contrary to this assumption. Enough has been written bemoaning the state of Mathematics education the world over, and the term 'Mathphobia' has become part of common parlance. A major reason for school dropout is the inability to cope with Mathematics; it seems to be a universal phenomenon that many students fear and dread Mathematics. Sadly, this ffeling often persists into adulthood.

There have been many attempts to reform Mathematics education, and huge sums of money have been dedicated to this cause. Unfortunately, the motives for reform are suspect and, in my opinion, this is part of the problem. Advanced nations want to improve their citizens' Mathematics competency out of a fear that citizens of rival nations are outperforming them. Emerging nations want to improve their Matheducation so that they can create a 'knowledge society'. Humans empowered with knowledge are seen as a great asset in the market place. Reforms based on these motivations do not seem to have made much impact in the long run on Mathematics education (although there was a brief 'golden age of basic science' in the US thanks to the Sputnik fear).

If we are to make any headway in addressing both problems, that of poor mathematical competency and that of Mathphobia, we need to explore several questions first. What is the nature of Mathematics and how do our particular biases impact curriculum design? What is the relationship that students and teachers share with Mathematics? Waht are the myths or beliefs that students and teachers have about Mathematics? And perhaps most importantly, what are the factors that motivate humans to learn? In this article I hope to begin such an exploration by first describing the various ways in which Mathematics is viewed and experienced, and how these views might affect curriculum if applied in isolation. I then go on to look at curriculum design and pedagogy and see if we can truly create a culture of enjoying Mathematics not just for a elite few but for all.

The Blind Men and Mathematics

We are all familar with the famous Jataka tale about the blind men and the elephant. Each one makes tactile contact with a different part of the elephant, and comes up with descriptions ranging from a wall to a rope! Mathematics too suffers from partial perceptions. Perhaps the mystery, depth and richness of Mathematics is revealed in the fact that it can be seen in so many different ways. Let us look at some of these perceptios and how they impact curriculum design and pedagogy.

Mathematics as accountancy

For a large majority of people, Mathematics is synonymous with accountancy. Perhaps it is not unreasonable to say that the bulk of humanity uses Mathematics to compare prices, make sure they are not being cheated of the correct change, perhaps calculate interests, discounts and rebates; some may even calculate areas and volumes. The more advanced may use it in book keeping. It is also true that many discoveries in arithmetic probably came from the need to keep records of land and accounts of trade. Examples that comes to mind are preliminary trigonometry and mensuration, motivated by the need to calculate land holdings in the Nile Valley. Perhaps the motivation for the discovery of the Hindi-Arabic numeral system came more from the need to do large calculations in astronomy than from the need to

do book keeping. But surely this discovery, considered one of the 'greatest intellectual feats of humans, 'has had its major and number manipulation is synonymous with Mathematics.

If this is one's only experience wth Mathematics, then one will design the curriculum and teach Mathematics as if it were a science of algorithms to do mechanical calculations and lose many students in this drudgery. Sofia kovalevskaia expresses this wonderfully : "Many who have never had the occastion to discover more about Mathematics confuse it with arithmetic and consider it a dry and arid science. In reality, however, it is a science which demands the greatest imagination."

Mathematics as problem solving and mental gymnastics

One of the major features of Mathematics is problem solving, and many who discover the thrill of problem solving at a yound age become professional mathematicians when they grow up. However, if this aspect of Mathematics is distorted, and seen in the wrong perspective, it becomes a source of fear and aversion toward Mathematics. Since talent in problem solving appears at a very yound age, children are often classified as 'brilliant' or 'dull' based on this single ability. When an education system euqates a child's self worth with their mathematical problem solving ability, it does great harm both to the ones who are adept at problem solving, and to those who are not. Those who find problem solvign difficult, and who then go on to be labeled as 'stupid' (either by society or by themselves), develop a deep fear and aversion to all of Mathematics. This self image is often linked to their self esteem, leading to feelings of insecurity and shame. All of us have encountered perfect strangers who have a great need to confess how bad they are at Mathematics. On the other hand, those who are very adept at problem solvign and Mathematics are automatically labeled 'intelligent', and run the risk of becoming one-demensional human beings with poor social skills. I leave it as an easy exercise to name your favorite mathematician as an example to illustrate this point!

There is no doubt that a large part of mathematical theory is motivated by the desire to solve difficult problems. Fermat's Last Theorem is a famous example. However, not all mathematical problems are of the same order. Some problems are indeed very profound and like the tip of an iceberg, reveal deep aspects of Mathematics. Many problems (an endless plethora) are simply mental gymnastic often created by working backwards from solutions, requiring some inane trick to solve.

Those who find problem solving difficult, and whothen go on to be labeled as 'stupid' (either by society or by themselves), develop a deep fear and aversion to all of Mathematics. This self image is often linked to their self esteem, leading to feelings of insecurity and shame.

These problems form the core of most of our competitive exams and are used as a sieve to week out applicants. Any system that uses this gymnastic ability as a yardstick to decide how to distribute access to resources such as education and jobs will surely create a skewed society. The effects of these are already being seen today at our institutions of higher learning. Studetns who have been put through a grind of mindless problem solving are burnt out and have no motivation to learn anything new. Such students ahve a very narrow view of Mathematics and very few will choose Mathematics research and teaching as a career. I have heard senior professors and administrators bemoaning the fact that it is very hard to find competent people to teach Mathematics at many new prestigious institutions in India. Imagine the fate of the many thousands of students who have, after several years of preparation, failed to get access to so-called quality education. With damaged psyches and bruised self confidence, what kind of learning can take place? Further the erroneous identification our society has made between intelligence and mathematical ability has led to a dismal state of education for those interested in pursuing the humanities, because disproportionate funds are made available to science education. Many students with no real interest in the sciences and perhaps very gifted in other areas still pursue science.

Mathematics as the 'language of the universe' and as a useful tool in modern society

With Galieo, Mathematics has begun to be seen as the language of the universe. Those who seek to unravel the mysteries of the universe see Mathematics as a sixth sense needed to comprehend the universe. We marvel with the physicist Eugene Wigner who gave a lecture in 1959 titled 'The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. WWigner ends his lecture by saying, "The miracle of the sppropriateness of the language of Mathematics for the formulation of

the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve. We should be greateful for it and hope that it will remain valid in future research and that it will extend, for better or for warse, to our pleasure, even though perhaps also to our bafflement, to wide branches of learning." For many who pursue the more theoretical aspects of science, it is this 'miraculous' aspect that they most appreciate in Mathematics.

Mathematics with us brilliant ability to model phenomenon has had a far reaching impact in all aspects of our lives and on many fields of study, ranging from biology to economics.

Mathematics with its brilliant ability to model phenomenon has had a far reaching impact in all aspects of our lives and on many fields of study, ranging from biology to economics. This modeling ability has also made Mathematics and extermely useful tool for a wide variety of people ranging from businessmen to engineers. The vast majority of us use computers these days with no clue as to how they work, and similarly Mathematics is used as a tool by practitioners who have no clue as to why the tool works. A view of Mathematics that demands that its utility be demonstrated at all times will also have an adverse effect on Mathematics curricula and the teaching of Mathematics. The trouble is, very little of school Mathematics can be shown to the student to be applicable in a real sense. Most often the examples are rather contrived and meaningless. Furthermore, an attitude that says, "I will learn something only because it is useful" comes in the way of true learning.

A utilitarian approach to Mathematics with benefits to be reaped in the furre, while doing mechnanical and meaningless calculations in the persent, is not going to inspire students. It makes it boring, and Mathematics loses its playful and joyful aspect. As Julian Williams put it "The average student needs emotional and intellectual satisfaction now, not just in five or ten years' time, when they become adults!"

Mathematics as truth and beauty

We now enter esoteric descriptions of Mathematics! All pure mathematicians worth their salt will declare that the reason that they do Mathematics is because it is beautiful. If they are Platonists then they will further declare that they are in search of 'mathematical trugh', something to be discovered rather than invented. for all pure mathematicians? "A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas, like the colours or words, must fit together in a harmonious way. Beauty is the first test : there is no permanent place in the world for ugly Mathematics."

In my opinion however, the strongest motivation for pursuring Mathematics is experienced at an errotional level. All mathematicians, no matter what their view on the nature of Mathematics, will agree that in the process of creating Mathematics they experience a sense of 'illumination spreading throughout the brain'. Alain Connes, a Fields medalist (the highest honour one can achieve in Mathematics), describes this sensation as follows: "But the moment illumination occurs, it engages the emotion in such a way that it's impossible to remain passive or indifferent. On those rare occasions when I've actually experienced it, I couldn't keep tears from coming to my eyes."

The view of Mathematics that it is akin to a creative art form, and that only those who have tasted the heady joy of discovering Mathematics truly understand it, has the strongest appeal to most people (including myself) who study Mathematics for its own sake, and not only for its applications or other aspects as discussed above. From time to time mathematicians have lamented the fact that it is because both teachers and students do not truly understand this nature of Mathematics that we have distorted its curriculum and teaching.

However, a view that says that all mathematical experiences that should be similar to experiences of art or music also has its limitations. Beauty in art and music is relatively easily accessible to most human being, but to see the beauty of Mathematics requires a special connection to it and a fair degree of training. A large part of school Mathematics often does not have a rich enough structure to reveal its beauty; in fact in these years it is problem solving that draws most children to Mathematics. If Mathematics is an art form, then why force all children to learn Mathematics? If we make Mathematics optional based on early reactins to it, are we being responsible to children? Since aesthetics is a matter of taste, must we then allow teachers to fashion their curricula according to their taste? This will surely not satisfy the taste of all their students, let alone help them use Mathematics as a foundation to learn other subjects or earn a livelihood.

Then there is the question of why society should support mathematical activity. Most artists need patrons or find buyers for their art work. Mathematicians do not sell their theorems for a living! Frankly it is because policy makers see Mathematics as a useful tool that most people in the field of Mathematics are able to feed themselves! They either teach Mathematics or 'do' Mathematics which is considered useful for a living. A tiny minority is supported for doing Mathematics for its own sake.

Mathematics for all?

If we insist that Mathematics be part of the core curriculum for all students then we must also make it a ffundamental right that all students enjoy learning Mathematics! A renowned Carnatic musician once told me that Carnatic music enjoyed a huge revival some years ago, thanks to the efforts of several yound musicians who created and nurtured a broad 'rasika' base. These young people revived the 'sabha culture' in Chennai and hundreds of other small towns and villages throughout South India. Musicians young and old, amateur and accomplished, now have an appreciative audience and can earn a decent livelihood.

Can we create a culture of enjoying Mathematics? Surely this is the only holistic solution to the problems discussed so far. This can happen only if all stake holders really get a feel for the joy and thrill of doing, using and learning Mathematics. This seems a utopian dream given the current state of affairs - unimaginative curricula, poor infrastructure, poorly prepared teachers ("Mathematicians are not interested in teaching children, and teachers are not interested in doing Mathematics," says Paul Lockhart) and a culture of fear and anxiety as far as Mathematics is concerned. But like all revolutions change must begin at both the individual / grassroots and the systemic level.

It we insist that Mathematics be part of the core currinulum for all students then we must also make it a fundamental right that all students enjoy learning Mathematics.

At a systemic level we need to delink mathematical ability from intelligence. We need to help each child discover what they really love, but also learn to love the things they do. we should stop using arcane mathematical problem solving skills as the main criterion for access to resources such as education and jobs. have to urgently develop a broader base for assessing the aptitude and skills of our young. I am not suggesting a watering down of standards, instead I am asking for a broad based system of evaluation which takes into account the multiple facets of human intelligence, the capacity to be accountable and the more elusive quality of being a sensitive and responsible human being. A radical shift in this area will wipe out cultural anxiety towards Mathematics.

At the level of curriculum, we need to be clear about our goals for Mathematics education. At the minimum we would like everyone to be competent at numeracy, have sufficient critical understanding of data gathering and presentation so that they do not buy into false propaganda, and have the reasoning ability to detect fallacious arguments. For a smaller number of people, the goal would be one of competence in the use of Mathematics as a tool; for an even smaller fraction, to create new Mathematics rarely are creative mathematicians the programmed outcome of a system-they turn to Mathematics in spite of any system, as they cannot but do Mathematics!).

The Mathematics curriculum framework outline in the NCF 2005 is an excellent document and goes a long way in living very clear guidelines. However, there is an urgent need for a think tank of mathematicians, teachers and educational psychologists to create material keeping these goals in mind. We need to teach numeracy in creative ways to that these skills are mastered and retained. Since they will be used in daily practical situations, these skills should be evaluated through projects and games that simulate elevant situations, rather than through stressful exams. Since Mathematics often builds on itself, concepts need to be revisited but in creative rather than repetitive ways. The whole curriculum should be infused with the philosophy that Mathematics is the 'science of pattern recognitioin.' We need also to pay special attention to how pattern recognition is assessed. I have had several students who would not appear good at conventional textbook Mathematics, but

nevertheless have a very strong spatial sense and are adept at recognizing patterns and solving logical puzzles. Children should have sufficient experience with solving meaningful problems and experience the thrill of having and insight. There is no ready made material available in the market that reflects all these demands. As I have said earlier, it is urgent that we set aside resourecs to create or at least put together such material in a coherent manner and train teachers to use them effectively.

At the level of the classroom, it is extremely important that a teacher creates a trui learning space. For such a space to be created there has to be a relationship of trust and affection between the student and teacher. The teacher must really enjoy doing Mathematics so that his students feel inspired. More importantly, he must help them understand their own fears and resistance to learning, and enable them to take ownership for their own learning Twenty years of education at Center For Learning has taught us that all these are not romatntic pipe dreams, but very much within the realms of possiblility.

Suggested Reading

1. John D.Barrow, Pi in the Sky-Counting, Thinking, and Begin, Clarendon Press, Oxford, 1992.
2. Jean-Pierre Changeux and Alain Connes, Conversations on Mind, Matter, and Mathematics, Princeton University Press, 1995.
3. Deith Devlin, Lockhart's lament - The Sequel, MAA, Devin's Angle, May 2008, http://www.maa.org/devin/devin_05_08.html
4. Philip J.Davis and Reuben Hersh, The Mathematical Experience, Penguin Books, 1980.
5. Timothy Gowers, Mathematis : A Very Short Introduction, Oxford University Press, 2002.
6. G.H.Hardy, A Mathematician's Apology, Canto Books, Cambridge University Press, 1992.
7. Shashidhar Jagadeeshan, The Nature of Mathematics - and Unfolding Story, Journal of the Krishnamurti Schools, July 2005, Volume 9.
8. Shashidhar Jagadeeshan, On Creating the Right Atmosphere to Teach and Learn Mathematics, Presentation at NCME 2005, New Delhi.
9. Paul Lockhart, A Mathematician's Lament, MAA,. Devlin's Angle, March 2008, http://www.maa.org/devin/devin_03_08.html10. Davi Munford, Calculus Reform - For the Millions, Notices of the AMS 44 (1997), 559-563.
10. Mathematics Curriculum in the National Curriculum Framework 2005, NCERT New Delhi.
11. M.S.Raghunathan, The Queen of Sciences : Her Reaim, Her Influence and Her Health, 18th Kumari L.A.Meera Memorial Lecture, 2009.
12. William P Thurston, Mathematical Education, Notices of the AMS 37 (1990), 844-850.
13. E.P.Wigner, The unreasonable effectiveness of Mathematics in the natural sciences, Commun.
14. Pure Appl.Math., 1960, 13.

J.Shashidhar *received his PhD in Mathematics from Syracuse University in 1994. He has taught Mathematics for over 23 years, and has written a resource book for teachers : "MathAlive!" He enjoys working and communicating with young adults, and developing the senior school prgramme at Centre For Learning, Bangalore. He can be contacted at* ***jshashidhar@gmail.com***

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

Mathematics and the National Curriculum Framework

— Indu Prasad

Mathematics is one of the oldest fields of knowledge and study and has long been considered one of the central components of human thought. Some call it a science, others an art and some have even likened it to a language. It appears to have pieces of all three and yet is a category by itself.

According to the National Curriculum Framework (NCF) 2005, the main goal of Mathematics education in schools is the 'mathematisation' of a child's thinking. Clarity of thought and pursuing assumptions to logical conclusions is central to the mathematical enterprise. While there are many ways of thinking, the kind of thinking one learns in Mathematics is an ability to handle abstractions and an approach to problem solving.

The NCF **envisions** school Mathematics as taking place in a situation where :

1. Children learn to enjoy Mathematics rather than fear it.
2. Children learn "imprtrant" Mathematics which is more than formulas and mechanical procedures.
3. Children see Mathematics as something to talk about, to communicate through, to discuss among themselves, to work together on.
4. Children pose and solve meaningful problems.
5. Children use abstractions to perceive relationships, to see structures, to reason out things, to argue the truth of falsity of statements.
6. Children understand the basic structure of Mathematics : arithmetic, algebra, geometry and trigonometry, the basic content areas of school Mathhematics, all of which offer a methodology for abstraction, structuration and generalisation.
7. Teachers are expected to engage every child in class with the conviction that everyone can learn Mathematics.

On the other hand, the NCF also lists the **challenges** facing Mathematics education in our schools as :

1. A sense of fear and failure regarding Mathematics among a majority of children.
2. A curriculum that disappoints both a talented minority as well as the non-participating majority at the same time.
3. Crude methods of assessment that encourage the perception of Mathematics as mechanical computation - problems, exercises, methods of evaluation are mechanical and repetitive with too much emphasis on computation.
4. Lack of teacher preparation and support in the teaching of Mathematics.
5. Structures of social discrimination that get reflected in Mathematics education often leading to stereotypes like 'boys are better at Mathematics than girls. However the difficulty is that computations become significanly harder, and it becomes that much more difficult to progress in arithmetic.

The NCF, therefore, **recommends :**

1. Shifting the focus of Mathematics education from achieving 'narrow' goals of mathematical content to 'higher' goals of creating mathematical learning environments, where processes like formal problem solving, use of heuristics, estimation and approximation, representation, reasoning and proof, making connections and mathematical comunication take precedence.

2. Engaging every student with a sense of success, while at the same time offering conceptual challenges to the emerging Mathematician.
3. Changing modes of assessment to examine students' mathematisation abilities rather than procedural knowledge.
4. Enriching teaceher with a variety of mathematical resources.

A major focus of the NCF is on removing fear of Mathematics from children's minds. It speaks of liberating school Mathematics from the tyranny of the one right answer found by applying the one algorithm taught. The emphasis is on learning environments that invite participation, engage children, and offer a sence of success.

Methods of Learning

The NCF says that many general tactics of problem solving can be taught progressively during the different stages of school : abstraction, quantification, analogy, case analysis, reduction to simpler situations, even guess-and-verify exercises, is useful in many problem-solving contexts. Moreover, when children learn a variety of approaches (over time), their toolkit becomes richer, and they also learn which approach is the best. Children also need exposure to the use of heuristics or rules of thumb, rather than only believing that Mathematics is an 'exact science'. The estimation of quantities and approximating solutions is also an essential skill. Visualization and representation are skills that Mathematics can help to develop. Modelling situations using quantities, shapes and forms are the best use of Mathematics, mathematical concepts can be represented in multiple ways, and these representations can serve a variety of purposes in different contexts.

For example, a function may be represented in algebraic form or in the form of a graph. The representation 'p/q' can be used to denote a fraction as a part of the whole, but can also denote the quotient of two numbers, 'p' and 'q'. Learning this about fractions is as important, if not more, than learning the arithmetic of fractions. There is also a need to make connections between Mathematics and other subjects of study. When children learn to draw graphs, they should also be encouraged to think of functional relationships in the sciences, including geology. Children need to appreciate the fact that Mathematics is an effective instrument in the study of science.

The importance of systematic reasoning in Mathematics cannot be over-emphasised, and is intimately tied to notions of aesthetics and elegance so dear to Mathematicians. Proof is important, but in addition to deductive proof, children should also learn when pictures and constructions provide proof. Proof is a process that convinces a skeptical adversary; School Mathematics should encourage proof as a systematic way of argumentation. The aim should be to develop arguments, evaluate arguments, make and investigate conjectures, and understand that there are various methods of reasoning.

The NCF aslo speaks of mathematical communication - that it is precise and employs unambiguous use of language and rigour in formulation, which are important characteristics of mathematical treatment. The use of jargon in Mathematics is deliberate, conscious and stylled. Mathematicians discuss what appropriate notation is since good notation is held in high esteem and believed to aid thought. As chilfen grow older, they should be taught to appreciate the significance of such conventions and their use. This would mean, for instance, that setting up of equations should get as much coverage as solving them.

Organization of the Curriculum

The NCF recommends the following for different stages of schooling :

1. Pre-Primary : At the pre-primary stage, all learning occurs through play rather than through didactic communication. Rather than the rote learning of number sequence, children need to learn and understand, in the context of small sets, the connection between word games and counting, and between counting and quantity. Making simple comparisons and classifications along one dimension at a time, and identifying shapes and symmetries, are appropriate skills to acquire at this stage. Encouraging children to use language to freely express one's thoughts and emotions, rather than in predetermined ways, is extermely important at this and at later stages.

2. Primary : Having children develop a positive attitude towards, and a liking for Mathematics at the primary stage is as important as developing cognitive skills and concepts. mathematical games, puszzles and stories help in developing a positive attitude and in making connections between Mathematics and everyday thinking. Besides numbers and number operations, due importance must be given to shapes, spatial understanding, patterns, measurement and datea handling. The curriculum must explicitly incorporate the progression that learners make from concrete to abstract while acquiring concepts. Apart from computational skills, stress must be laid on identifying, expressing and explaining patterns, on estimation and approximation in solving problems, on making connections, and on the development of skills of language in communication and reasoning.
3. Upper Primary : Here, studentss get the first taste of the application of powerful abstract concepts that compress previous learning and experience. This enables them to revisit and consolidate basic concepts and skills learnt at the primary stage, which is essential from the point of view of achieving universal mathematical literacy. Students are introduced to algebraic notation and its use in solving problems and in generalisation, to the systematic study of space and shapes, and for cnsolidating their knowledge of measurement. Data handling. representation and interpretatio form a significant part of the ability to deal with information in general, which is an essential 'life skill'. The learning at this stage also offers an opportunity to enrich students' spatial reasoning and visualisation skills.
4. Secondary : Students now begin to perceive the structure of Mathematics as a discipline. They become familiar with the characteristics of mathematical communication : carefully defined terms and concepts, the use of symbols to represent them, precisely stated propositions, and proofs justifying propositions. These aspects are developed particularly in the area of geometry. Students develop their facility with algebra, which is important not only in the application of Mathematics, but also within Mathematics in providing justifications and proofs. At this stage, students integrate the many concepts and skills that they have learnt into a problem - solving ability. Mathematical modelling, data analysis and interpretation taught at this stage can consolidate a high level of mathematical literacy. Individual and group expolration of generalisation, making and proving conjectures are important at this stage, can be encouraged through the use of appropriate tools that include concrete models as in Mathematics laboratories and computers.
5. Higher Secondary : The aim of the Mathematics curriculum at this stage is to provide students with an appreciation of the wide variety of the application of Mathematics, and equip them with the basic tools that often conficting demands of depth versus breadth needs to be made at this stage.

On **Assessment,** the NCF recommends that Board examinations be restructed, so that the minimum eligibility for a State certificate is numeracy, reducing the instance of failure in Mathematics. At the higher end, it is recommended that examinations be more challenging, evaluating conceptual understanding and competence.

The NCFs vision of excellent mathematical education is based on the twin premise that all students can learn Mathematics and that all students need to learn Mathematics. It is, therefore, imperative that Mathematics education of the very highest quality is offered to all children.

Problem Posing

1. If you know that 235 + 367 = 602, how much is 234 + 369? How did you find the answer?
2. Change any one digit in 5384. Did the number increase or decrease? By how much?

Source : NCF 2005

Indu Prasad *is Head, Academics and Pedagogy, Azim Premji Foundation, Bangalore. Previous to this, she has been a school teacher in special / inclusive schools for over 15 years in Karnataka and Tamil Nadu, working with children with varied neurological challenges. She can be contacted at* ***indu@azimpremjifoundateion.org***

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

Number : The Role of Pattern and Play in its Teaching

– ***Shailesh Shrali***

Pre-history

The concept of number is crucial to Mathematics, yet its origin may forever be hidden from us, for it goes far back in time. Human beings must have started long back to use the tally system for keeping records-livestock, trade, etc - but we may never know just when. A remarkable discovery made in 1960 in Belgian Congo of the Ishango bone, dated to 20,000 years BP, suggestes that the seeds of Mathematical thinking may go still further back than thought; for, carved on the bone are tally marks grouped in a deliberate manner, seemingly indicative of a Mathematical pattern (there is even a hint of a doubling sequence : 2, 4, 8). However, until further evidence is uncovered, the matter must remain as speculation. See the Wikipedia reference for more information.

Tally counting as a practice may well be as many as 50,000 years old; even today we use it to count, in various contexts, e.g. in a class election.

Base ten number system

The notation we use today - the base ten or decimal system - has its origins in ancient practices. Long back the Babylonians used a system based on powers of 60, and traces of that practice remain to this day - we still have 60 seconds in a minute, 60 minutes in an hour, 60 minutes in a degree (for angular measure). Later the Egyptians developed a system based on powers of 10, in which each power of ten from ten till amillion was represented by its own symbol. But this system differs from ours in a crucial way - it lacks a symbol for Zero.

A system of arithmetic without a symbol for zero sufferes from two difficulties. The first is that there is confusion between numbers like 23, which represents 2 tens and 3 units, and 203, which represents 2 hundreds and 3 units. Without the zerc symbol some way has to be found to indicate that the 2 means "2 hundreds" and not "2 tens". This can be done, but it is quite cumbersome. But a greater difficulty is that computations become significantly harder, and it becomes that much more difficult to progress in arithmetic.

The Greeks did not have a symbol for zero, and it is not surprising that the did not develop arithmetic and algebra the way the developed geometyr, which they took to great heights. It was in India that the symbhol for zero came into being (probably as early as the 5th century), along with the rules for working with it. Not coincidentally, arithmetic and algebra grew in a very impressive manner in India, in the hands of Aryabhata, Brahmagupta, Mahavira, Bhaskaracharya-II, and many others.

On the other hand the ancient Indians did not progress anywhere as fat in their study of geometry. But it is striking that one area where the methods of algebra and analysis either into geometry in a natural way, namely trigonometry, did originate in India (in the work of Aryabhata, 5th century AD).

"Concepts are caught, not taught". It is only by actual contact with collections of objects that concepts form in one's brain.

Abstraction and the number concept

Embedded in our brains is an extraordinary ability : the ability to form concepts; the ability to abstract common features and shared qualities from collections of objects or phenomena. It is this ability that lies behind the creation of language, and it is this that enables us to "invent" numbers. To understand what this means, think of a number, say 3. Is 3 a thing? Can it be located somewhere? No, it cannot; but our brains have the ability to see the quality of "threeness" in collections of objcts: three fingers, three birds, three kittens, three puppies, three people - the feature they share is the quality of threeness. This ability is intrinsic to the very structure of our brains. Were it not there, we would never be able to learn the concept of number (or any other such concept, because any concept is essentially an abstraction).

Even in something as simple as tally counting - creating a 1-1 correspondence between a set of objects ad a set of tally marks - our brains show an innate ability for abstraction : by willfully disregarding the particularities of the various objects and instead considering them as faceless entities.

Realization of this insight has pedagogical consquence; for, as has been wisely said, "Concepts are caught, not taught". It is only by actual contact with collections of objects that concepts form in one's brain. How exactly this happens is still not well understood, but I recall a comment wich goes back to Socrates (*the teacher's role is akin to that of a midwife who assists in delivery*).

The inverntion of algebra represents one more step up the ladeer of abstraction. To illustrate what this means, let us examine these number facts : 1+3=4, 3+5=8, 5+7=12, 7+9=16, 9+11=20. We see a clear pattern : the sum of two consecutive odd numbers is always a multiple of 4. This statement cannot be verified by listing all the possibilities, for there are too many of them - indeed, infinitely many. But we can use algebraic methods! We only have to translate the observation into the algebraic statement $(2n-1) + (2n+1)=4n$; this instantly proves the statement. Such is the power of algebra and also the power of abstraction - and this ability too is intrinsic to our brains.

Number patterns

Another feature intrinsic to the brain is the desire and capacity for play. Most mammals seem to have it, as we see in the play patterns of their young ones - and what a pleasing sight it can be, to watch kittens or puppies or baby monkeys at play! But human beings have a further ability : that of bringing patterns into their play. When our love of play combines with the number concept and with our love of patterns, Mathematics is born. For Mathematics is essentially the science of pattern.

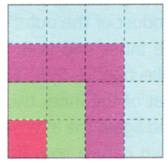
It is crucial to understand the element of play in Mathematics; for one is told, repeatedly, of the utility of Mathematics, how it plays a central role in so many areas of life, and how it is so important to one's career. But the element of play gets passed over in this view point; the subject becomes something one must know, compulsorily, and the stage is set for a long term fearful relationship with the subject.

From the earliest times - in Babylon, Greece, China, India-there has been a playful fascination with number patterns and geometrical shapes one can associate with numbers. From this are born number families - prime numbers, triangular numbers, square numbers, and so on.

Let us illustrate what the term "pattern" means in this context. We subdivide the counting numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... into two families, the odd numbers (1, 3, 5, 7, 9, 11, ...), and the even numbers (2, 4, 6, 8, 10, 12, ...). If we keep a running total of the odd numbers here is what we get : 1, 1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16, 1+3+5+7+9=25. Well! We have obtained the list of perfect squares!

There is a wonderful way we can show the connection between sums of consecutive odd numbers and the square numebrs; it is pleasing to behold and incisive in its power at the same time. All we have to do is examine the picture below : this property is closely related to one about the trianglular numbers : the sequence 1,

3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ... formed by making a running total of the counting numbers : 1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, etc. They are so called because we can associate triangular shapes with these numbers.



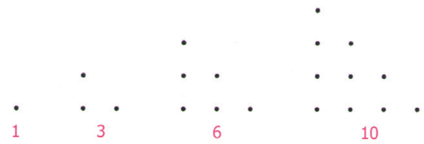
There is just one red square; when we put in three green squares around it, they together make a 2 by 2 square; hence we have 1+3=2 times 2.

Pur in the fice purple squares and now you have a 3 by 3 square; hence 1+3+5=3 times 3.

Put in the seven blue squares, and now you have a 4 by 4 square; hence 1+3+5+7=4 times 4. And so on!

There are two striking properties that connect the traingular numbers with the square numbers (1, 4, 9, 16, etc), and consecutive triangular numbers is a square number; e.g., 1+3=4, 3+6=9, 6+10=16, ...; (II) if 1 is added to 8 times a triangular number we get a square e.g., (8 x 3)+1=25, (8 x 6)+1=49, (8 x 10)+1=81.

Why is there such a nice connection? A lovely question to ponder over, isn't it?



Here is another pattern. Take any triple of consecutive numbers; say 3, 4, 5. Square the middle number; we get 16. Multiply the outer two numbers with each other; we get 3 times 5 which is 15. Observe that 16-15=1; the two numbers obtained differ by 1. Try it with some other triple, say 7, 8, 9 : 8 squared is 64, 7 times 9 is 63, and 64-63=1; once again we get a difference of 1. Will this pattern continue? Yes, and it is easy to show it using algebra; but think of what pleasure discovering this can give a young child playing with numbers!

We find a similar but more complex pattern with the famous Fibonacci sequence, which goes 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...; here, each number after the first two is the sum of the preceding two numbers (e.g., 8=5+3). Repeat the computation with this sequence. With the triple 2, 3, 5 we get : 3 squared is 9, and 2 times 5 is 10; the squared number is 1 less than the product of the other two. With the triple 3, 5, 8 we get : 5 squared is 25, and 3 times 8 is 24; now the 8 is 64, and 5 times 13 is 65; once again the squared number is smaller by 1. And so it goes - a curious alternating pattern.

We see the same thing if we study collections of four consecutive Fibonacci numbers; for example. 1, 2, 3, 5. The product of the outer two numebrs is 5, and the product of the inner two is 67; they differ by 1. Take another such collection : 3, 5, 8, 13. The product of the ouer two is 39, that of the inner two is 40; once again, a differene of 1. And again the alternativn pattern continues. Astonishingly, even nature sees fit to use the Fibonacci numbers. If we keep records of the numbers f petals in various flowers, we find that the number is generally a Fibonacci number. Study the spirals in which pollen grains are arranged in the center of a sunflower; there are spirals running in clockwise and anticlockwise directions: you will find that the number of spirals of each kind is a Fibonacci number. Nature is just as fond of patterns as we are!

Many years back I used a textbook called "Pattern and Power of Mathematics". It is a nice title for a textbook, for patterns are what the subject is all about, and it is this that gives it its astonishing power. But - more important - it is this feature that makes us study the subject in the first place.

Large numbers, small numbers

There are numebrs, and then there are large numbers Children naturally like large numbers, and many of them discover on their own that there is no last number: however large a number one may quote, one only needs to add 1 to it to get a larger number. So the number world has no boundary! There are some who make a similar discovery at the other end - with small numbers; I recall a student telling me, many years back, how she could make an unending sequence of tinier and tinier

fractions, simply by halving repeatedly; she could not believe that such tiny numbers could exist! She had made this wonderful discovery herself, and was very excited by it.

The ancient Indians loved large numbers, and here's a problem that shows this love. If I ask you to find a squared number that is twice another squared number, you would never succeed, because there aren't any such pairs of numbers. (Why? - there's a nice story behind that, but we cannot go into that now.) So we change the problem a little bit : I ask for a squared number which exceeds twice another squared number by 1. Now we find many solutions; e.g., 9 and 4 are squared numbers, and 9 - (2 x 4)=1. Here are some more solutions :

289 -(2 x 144) = 1,

9801 - (2 x 4900) = 1.

If we replace the word "twice" by "5 times" we find solutions to this too :

81 - (5 x 16) = 1,

(161 x 161) - (5 x 72 x 72) = 1,

and so on.

In the 7^{th} centrury, Brahmagupta asked if we could find solutions with "5 times" replaced by "61 times". The smallest solution in this case is very large indeed - yet Brahmagupta found it :

(1766319049 x 1766319049 - (61 x 226153980 x 226153980) = 1.

Feel free to verify the relation.

I think the date is significant : the Indians were asking such questions thirteen centuries back! The love of play has been there in all human cltures, for a long time. There's no holding it back.

But now a strange thing happens. What began as play takes wing, and files away a mature subject, with an inner cohesiveness and structure that is strong enough to find application in the world of materials, living bodies, and finance - the "real world". Such flights have happened two dozen times or more in history, and no one really knows how and why they happen; but they do. Maybe it is God's gift to us. (But we do not always use it as intended; the power of Mathematical methods also finds application in the design of bombs and unclear submarines and other instruments of killing.)

Closing note

There are so many topics in which we can bring out the theme of pattern and play in Mathematics:

- Magic squares (arranging a given set of 9 numbers in a 3 by 3 array, or 16 numbers in a 4 by 4 array, so that the row sums, column sums, diagonal sums are all the same); not only do these bring out nice number relationships, but in the course of the study one learns about symmetry.
- Cryparithms (solving arithmetic problems in which digits have been substituted by letters; for example, ON + ON + ON + ON = GO; many simple but pleasing arithmetical insights emerge from the study of such problems);

- Digital patterns in the powers of 2 (list the nunits digits of the successive powers of 2; what do you notice? Now do the same with the powers of 3; what do you notice?)

These examples are woven around the theme of number, but the principle extends to geometry in an obvious way. Here we study topics like rangoli and kolam; paper folding; designs made with circles; and so on.

Alongside such activities, teachers could also raise questions relating to the role of Mathematics in society, for discussion with students and fellow teachers; e.g., questions relating to the use of Mathematics for destructive purposes, or more generally, "When is it appropriate to use Mathematics?"; or the question of why society would want to support mathematical activity. After all, most artists find partrons or buyers for their art work, but mathematicians do not sell theorems for a living! Is it that policy makers see field to sustain themselves, by teaching or doing useful Mathematics? The notion of usefulness takes us back to the question of appropriate-ness of usage. Such questions are not generally seen as fitting into a Mathematics class, but there is clearly a place for them in promoting a culture of discussion and inquiry.

We need not try to make a complete listing here - it is not possible, because it is too large a list, and ever on the increase. Instead, we with only to emphasize here that pattern and play are curcial to the teaching of Mathematics, for pedagogic as well as psychological reasons.

A great opportunity is lost when we make Mathematics into a heavy and serious subject reserved for the highly talented, and done under an atmosphere of heavy competition. It denies the experience of Mathematics to so many.

Suggested Reading

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Ishango bone
2. "Number, The Language Of Science" Tobias Dantzig.
3. "The Number Sense : How the Mind Creates Mathematics" Stanislas Dehaene.
4. http://en.wikipedia.org/wiki/History of Mathematics

Shailesh Shirali *heads the Community Math Centre at Rishi Valley School. He is the author of many books in Mathematics written for interested students in the age range 13-19 years. He serves as an editor of the undergraduate sciene magazine 'Resonance', and is closely involved with the Mathematical Olympiad movement in the country. He can be contacted at* ***shailesh_shirali@rediffmail.com***

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

Culture in the Learning of Mathematics

– K. Subramaniam

At a recent workshop in Ahmedabad, we asked primary school teachers to talk about what their students do outside school, and whether it involves any Mathematics. The teachers spoke a lot. Their pupils, who came from poor urban homes, helped their parents sell vegetables. They made and sold kites, packetes bindi, agarbathis and many other things. They knew the price of vegetables for different units, knew how much profit they would make from selling a 'kori' (unit of 20) of kites. Kites had to be assembled from paper sold in packets and sticks sold in bundles - all in different units. Problems arose naturally whhile makin gdecisions about how much raw material to buy, how much to make and sell, how much time to spend, and so on. Children, together with older siblings or adults, were finding their own ways of getting around these problems. And all the time, they were dealing with numbers and Mathematics.

Almost no school curriculum gives any place to such 'everyday' Mathematics. At best there may be an attempt to add some contextual details to enhance children's interest. Thus the Mathematics that children learn to do inside and outside school remain separate and disconnected.

It was not the children telling us these things, it was the teachers. We asked them how they discovered that the children knew so much. They replied that when the children absent themselves from school, they visit their homes to find the reason. They talk to the parents and often find that the child was helping them ` perhaps hawking vegetables while the mother went on an errand. We were happy that the teachers took pains to ensure attendance, but we also felt a little uneasy with this reply. When we opened the worksheets prepared for the chidlren - this chain of schools used their own worksheets rather than a regular textbook - we did not find anything of what we had just heard about the children's lives. It struck us that teachers found out about the children's activities outside of the school, and not in the Mathematics classroom.

After some discussion with the teachers, we realized that they held strong beliefs about what counts as 'proper' Mathematics. A problem used in a Dutch study, 'If a plar bear weights 350 kg, about how many children weigh the same as a polar bear', was for them not a good problem, because it did not have all the data needed to solve it. The problems that the children were solving outside school often had incomplete data, did not have a precise single answer, and the children used not have a precise single answer, and the children used informal methods of solving them. So the teachers did not think that the children were really doing Mathematics. There seemed to be an invisible wall separating the Mathematics in school and the thinking and figurin gthat the children did in the context of economically productive activities.

This story is not an unusual one. In many poor urban households, children participate in economic activities. In a different social or geographical context, if one looks carefully, one will discover that here too children have opportunities to engage with Mathematics outside school. Almost no school curriculum gives any place to such 'everyday' Mathematics. At best there may be an attempt to add some contextual details to enhance children's interest. Thus the Mathematics that children learn to do inside and outside school remain separate and disconnected. of course, the larger issue here is of the relation between the school curriculum and life outside school. Since Mathematics is an abstract branch of knowledge, one may think that there is little to be said about its connection with culture and everyday life. Yet, many researchers have studied the relation between 'everyday' and school Mathematics leading to important insights.

Advocates of constructivism, following Piaget, stress the fact that children don't enter schools with empty minds waiting to be filled - they have already acquired complex knowledge in the domains that overlap with school Mathematics and science. Psychologists studying cognitive development have constructed a detailed

picture of the spontaneous conceptions that children acquire. The first wave of contructivism was however criticised for focusing largely on individual learning. The criticism came from a broad range of perspectives that were more sensitive to the influences of culture and society. The implications of these critiques are still being worked out by researchers and thinkers in the Mathematics education community. Here we will look at some of the ideas and possibilities that have emerged from this debate.

The pioneering studies of street Mathematics by Terezinha Nunes and her colleagues, the anthropological studies by Geoffrey Saxe of the Mathematics of the Papua New Guinea communities, the studies by Farida Khan in the Indian context, and many other studies have revealed how Mathematics arises spontaneously in the context of everyday activity. These studies have also shown how everyday' Mathematics differs from school Mathematics. In everyday contexts, calculation is 'oral', and mostly uses additive build-up strategies. When an adult from the Mushari tribe in Bihar was asked to give the cost of ten melons if each melono costed Rs.35, he did not 'add a zero to the right' to straight away get 350. Instead, he first calculated the cost of 3 melons as Rs.105. Nine melons were Rs.315 and so ten melons were Rs.350. Exactly the same procedure was used to solve the same problem by a Brazilian child vendor in Nunes' study. The 'add zero to the right' strategy is a part of 'written' Mathematics, and is uncommon in everyday Mathematics. Proportion problems are usually solved in the everyday world through a build-up strategy rather than by using a 'unitary method' or the 'rule of three'. For example, consider the problem 'if 18 kg of catch yield 3 kg of shrimp after shelling, how much catch do you need for 2 kg of shelled shrimp?' A fisherman in Nunes' study calculated it as follows : we get 1 1/2 kg of shelled shrimp from 9 kg of catch, so 1/2 kg from 3 kg of catch. Nine plus three is twelve. So 12 kg of catch would give you 2 kg of shelled shrimp.

Since these procedures were oral, sometimes respondents forgot to complete a step of the calcultion, but the errors were usually small and the ansers reasonable. Nearly always, the calculation model was accurate. In contrast, school children often use the wrong operation for a problem and produce unreasonable answers. Culture and cognition seem to work together in everyday Mathematics to create a robust sense of appropriate modelling. When children are presented with a problem that they can understand, and are encouraged to find their own way of solving them, we see that their spontaneous solution procedures are often like those of everyday Mathematics. These findings have important implications for teaching and learning Mathematics. One can for example, re-conceptualize learning trajectories so that the problems, concepts and procedures of everyday Mathematics provide the springboard for more powerful mathematical concepts. The rich contexts that are familiar to children provide valuable scaffolding while solving a problem, verifying that its solution is reasonable and looking at a problem from different angles.

If we see cultural knowledge as merely a vehicle to deliver formal Mathematics that is otherwise 'difficult-to-swallow', then we may be adopting a view which is too narrow. We cannot simply mine what is present in the culture as a resource to push a particular curricular agenda. Putting cultural knowledge alongside formal knowledge leads us, as educators, to reflect more deeply about their relation. We need to not only take from the culture sources of mathematical thinking, but also give back to the culture waht it values hightly. In the long run, if a form of knowledge is to survive and flourish, it must have deep roots in the culture. We don't understand well the meeting points between disciplinary knowledge and knowledge that is dispersed as part of culture. Is such culturally dispersed knowledge incommensurable with the academic knowledge of the universities, as some thinkers in education have argued (Dowling, 1993)? Can the familiar dichotomies of folk vs formal knowledge, or traditional vs. modern knowledge capture the relationship between the two kinds of knowledge? In some domains of knowledge, cultural dispersion and transmission through formal institutions have both had a strong presence over long periods. A good example is classical Indian music. Another example is traditional medical knowledge, which is now reproduced through modern educational institutions. Both music and medicine as formal systems preserve a connection to the diversity of cultural forms - to popular music or to the many local and specific healing traditions. Much of the knowledge that we seek to impart in school has no comparable cultural presence or diversity of forms of expression.

Mathematics may have deep roots in our culture that we are still to become aware of. Among some members of the Mushari community, there is an impressive knowledge of mathematical puzzles or riddles and their solutions. These puzzles are called 'kuttaka', which is the name of a mathematical technique, whose oldest description is found in the Aryabhatiyam of the 5th Centruy CE. The 'kuttaka' is an important and powerful technique, which led to important developments in Indian

Mathematics. Brahmagupta, in the 6th Century CE referred to algebraic techniques in general as '*kuttaka ganitha*'. The Mushari puzzles, which involve the solution of equations, may preserve a connection to this deeper tradition of Mathematics. It is intriguing that such knowledge exists among a community which is very low in the social hierarchy. We need a better understanding of the cultural transmission of mathematical knowledge between communities at different social strata. Culture can support the reproduction and circulation of mathematical knowledge not just through work, but also, as the puzzles indicate, through play. The revival of traditional art forms like music and their reshaping through digital technologies point to the possibilities of connecting art and Mathematics that are still to be explored.

Viewing the relation between 'everyday' and formal Mathematics through a different lens shows that political considerations are also relevant. As several writers have argued, with the growing dependence on mathematical science of modern technological societies, there is an increasing withdrawal of Mathematics to more hidden layers distant from everyday life. Not only is the complex Mathematics that underlies technological devices inaccessible to a lay person, but even everyday commerce may become emptied of mathematical thinking. With reagrd to everyday finance, which is relevant to nearly everbody, technology seeks to make Mathematics redundant. Calculators, EMI tables for loans, and other aids function as black-boxes that replace reasoning and calculation. This results in deskilling, and also takes attention and interest away from the underlying Mathematics. In a small study that we did, we found profound lack of awareness among educated users about how the credit card system operates and such critical issues as the effective rate of interest. Thus the increasing mathematization of society is accompanied by the growing de-mathematization of its citizens. Since Mathematics is entrenched as an essential part of the school curriculum, it begins to serve a different social function - that of weeding out large numbers from obtaining any access to the Mathematics and science that decisively shape modern society.

The emergence of small-scale producation activities as a part of the informal sector, offers to poorer households a means of subsistence and resistance against the harsh impact of changes in the organized economy. One cannot resist drawing a parallel in the light of the discussion on de-mathematization. Against the increasing trend of de-mathematization, the emergence of Mathematics on the street or in the workplace is a counter trend that resists the complete exclusion of the under-privileged from Mathematics. Of course such emergence by itself has no power to provide access to significant Mathematics. But the institution of education can amplify this possibility; bringing everyday Mathematics into the curriculum may prepare the way for bringing more Mathematics to wider sections of society.

References :

1. Carraher (Nunes), T.N., Carraher, D.W., and A.D.Schliemann, (1985) Mathematics in the Streets and in Schools. British Journal of Developmental Psychology, 3, pp.21-29.
2. Khan Farida Abdulla (2004 Living, Learning and Doing Mathematics : A Study of working class children in Delhi, Contemporary Education 3. Dialogue, 2, pp.199-277.
3. Saxe.G.B. & Esmonde, I.(2005). Dowing, P.(1995) 'Discipline and Mathematise : the myth of relevance in education', Perspectives in Education, 16, 2. Available at http://homepage.mac.com/paulcdowling/ioe/publications/dowling 1995/index.html.
4. Saxe, G.B., & Esmonde, I.(2005). Studying cognition in flux : A historical treatment of fu in the shifting structure of Oksapmin Mathematics. Mind, Culture, & Activity. Available at http://lmr.berkeley.edu/docs/saxe_esmonde_mca1234_2.pdf. Accessed 27-01-2010.

K Subramaniam** is part of the Homi Bhabha Center for Science Education, Mumbai. His main areas of work currently are research on innovative approaches to teaching Mathematics at the primary and middle school level and evolving models for the professional development of Mathematics teachers. His other interests include cognitive science and philosophy, especially in relation to education and to Math learning. He can be contacted at **ravi.k.subra.com

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation

Ten Great Mathematicians

– H Subramanian

Introduction

It is not an understatement to say that there are essentially two subjects to study, viz. language and Mathematics. Everything else becomes dependent on them eventually. All of science, including management and social sciences, borrow on Mathematical formulations for concepts. The reason is simple. A precise and concise expression is made possible within the framework of Mathematics. Actually, the abstract layers of certain structural behaviours are increasingly becoming visible in the context of challenging problems from time to time. In this respect, Mathematics is also taken as another language - a symbolic one. Which Mathematicians can be singled out to have induced this transformation?

On a personal note, let me narrate an event. I was presenting a result as a Ph.D. student in Madurai to a visiting renowned Mathematician Nathan Jacobson from yale University, USA. He listened and finally asked a two-word question "Then what?" I was totally nonplussed. Later, I found an eye-opener in his question. If a result just closes as an issue, it is not big deal. If it leaves a door open for further thoughts, it is a great contribution. Which Mathematicians can be recognized using this screener?

There are several worthy names to consider. It is a hard choice to select just ten persons in the history of Mathematics who have influenced its development and changed the perception of the subject over time. My personal choices are Euclid, Fermat, Newton, Euler, Lagrange, Gauss, Cauchy, Riemann, Hilbert and the nom deplume Bourbaki. There are several geniuses who have missed the hit list. One may wonder why I have not included, say, the German physicist Albert Einstein (1879-1955), the Russian Mathematician Andrey Kolmogorov (1903-1987), the Indian Mathematician Srinivasa Ramanujan (1887-1919) or some ancient Indian Mathematicians. Einstein will find his place as one of the ten great physicists as he changed the perceptin of physics by his relativity theory. Kolmogorov is recognized as the founder of axiomatic probability theory influencing a lot of stochastic methods; but he does not spell a structural influence in Mathematics. Ramanujan is outright marvelous for his strong intuitive contributions; however this genius does not spur a change of perception of Mathematics. As there will be a separate article on ancient. Indian Mathematicans, I am not considering them.

Let me take up the ten cases now. I have chosen to list them in the order of the years theylived. In my opinion, the follower in the list was, at least indirectly, influenced by the work of the earlier ones.

It is not the final result of Fermat's Last Theorem by itself that is great; but the techniques that have been developed to get a correct proof for it makes it stupendous.

1. Greek Mathematician Euclid (around 300 BC)

The first axiomatic treatment in Mathematics was started by Euclid. His structure of proofs in geometry based on postulates about points and lines is a major conceptual contribution. His division algorithm for natural numbers is the most used one and the general Euclidean domains in future Mathematics emerged on that principle.

It is important to assess Euclid's achievements in the historic context of what was perceived as Mathematics before his time. It was a folklore understanding that it is all about practical computations in arithmetic and measurements of geometrical objects. Since around 1700 BC, numerical, algebraical and geometrical methods are attributed to Babylonian Mathematics. Later, a level of practical arithmetic and mensuration developed in Egypt and Italy. Much later approximately in the 7th to 6th centuries BC, we recognize the Greek Pythagorus and his contributions to geometry. Further on, Hippocrates is credited for circular arcs and areas; and, the logical thinking Zeno (remember his paradox!) introduced the concept of divisibility into infinite parts. During 430-349 BC, Plato's directions into philosophy dominated the conceptual frame of thought. Aristotle (384-322 BC) overlapped Plato's time with his say in formal logic and algebraic notation. By early 4th century BC, ideas of irrational numbers, geometric formulation of areas, algebraic procedures and even integration took roots.

It was Euclid's Elements (see Heath [Hea56]). Appollonius's conics and Archimedes's Analysis that has been recognized as serious Mathematics for centuries. The condification of geometry can be attributed to Euclid. We can say that Euclid, Archimedes and Appollonius made one great age of Mathematics.

It must be said that a relevant and practical Mathematics was persented in abstraction by Euclid. Such abstracting process has gained currency to transform Mathematics to unbelievable levels over time.

Descriptive geometry as well as algebra dominated the thinking during the first few centuries of AD. Menelaus, Ptolemy and Pappus developed synthetic geometry and Diophantus carried the banner of algebra, influenced by the Oriental thought.

From time immemorial to around 12th century AD, the growth in Mathematical thinking can be felt in terms of (i) computational arithmetic transforming to algebra and (ii) measuring geometrical entities (including studies in astronomy and spherical trigonometry) changing to the synthetic version of geometry like the ingredients of projective geometry. What happened during the next 400 years in mostly unknown. It mostly pertains to the contributions by Indians, Arabs and Greeks passing into the western world of Europe.

As it happened later in history, geometry went beyond Euclid's postulates. Geometry, as learnt today, is enmeshed in algebra. The key was the coordinatisation of geometry. The credit for this goes to Rene Descartes (1596-1650) (see Descartes [Des37]). For the next 200 years, significant achievements in Mathematics were focussed mainly on number theory and analysis. But Riemannian geometry (1894) brought another realm of geometric focus. Some other developments in geometry happened in the 19^{th} century. Along with some significant revelations in foundations through set theory, a thought provoking model of non-Euclidean geometry surfaced. The Russian Mathematicians Nikolay Ivanovich Lobachesky (1792-1856) and the Hungarian Mathematician Janos Bolyai (1802-1860), during the years 1826-1823, questioned Euclid's parallel postulate and obtained the geometric models without this postulate.

2. French Mathematician Pierre de Fermat (1601-1665)

Fermat was the great number theorist. Without going into all his work, especially on prime numbers, let us onlyh touch upon his remarkable scribbling in the margin space of his copy of the book by Diophantus. He mentioned that the space was insufficient to write his proof about the impossibility of a nonzero integer solution of the diophantine equation $x^n + y^n = z^n$ for $n \geq 3$ unleashed a significant trend thereafter in number theory and algebra to unravel his intended proof. This is familiarly known as Fermat's Last Theorem. The German Mathematician Emst Kummer (1810-1893) gave a false proof of this result based on a mistaken understanding of a certain factorization of $x^n + y^n$ as irreducible and unique. But he corrected his mistake soon and laid the seed for the modern ideal theory in rings.

Many other Mathematicians like Euler, the French Mathematician Adrien-Marie Legendre (1752-1833), the German Mathematician Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) and Cauchy tried in vain to reconstruct the apparent proof that Fermat might have intended. They succeeded only on the cases n = 2; 4; 5 of Fermat's Last Theorem. With the advent of computers, most sophisticated computer methods were harnessed to verify this result; but they did not succed. Fermat's work was actually published posthumously in the year 1679. A settlement on this issue took about 400 years. We refer to Edwards [Edw77] and An drew Wiles [Wil95] to appreciate the vast realm and technicality of Mathematics that it createed on this matter.

It is not the final result of Fermat's Last Theorem by itself that is great; but the techniques that have been developed to get a correct proof for it makes it stupendous.

3. British Mathematician Sir Isaac Newton (1643-1727)

Newton was the most original contributor among the 17th century Mathematicians. The binomial theorem for rational exponents led to the ideas of infinite series. Obtaining areas by the method of summation of infinite subtparts can be attributed to many people, Archimedes onwards to the British Mathematician John Walls (1616-1703). The idea of differentiation goes back to the French Mathematician Blaise Pascal (1623-1662), who is credited also for the invention of digital calculators. In this background, both Newton and the German Mathematician and philosopher Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) attempted the fundamental principle of calculus, viz. the inverse process of differentiation is integration. Leibniz got to calculus independently during 1673-1676 from the works of the British Mathematician Isaac Barrow (1630-1677) and Pascal. Newton got to calculus from the ideas of his teacher Barrow as well as Fermat and Walls. Both Newton and Leibniz were unable to establish calculus on sound logical basis. Newton included in his work (see Newton [New87]) a short offhand explanation of calculus. This was the greatest of all scientifc treatises; in it can also be found the greatest of scientific treatises; in it can also be found the greatest of scientific generalizations, viz. the law of gravitation. Newton's aim was to understand nature.

Newton later on explained his calculus on rates of change. In this process, he used the binomial theorem for integral exponents and generalized the same for rational exponents. Leibniz used the idea of infinitesimally small differentials, denoted by dx and dy and tried (unsuccessfully) to explain his method in terms of sums and quotients of these. We are using this notation even today. The method of differentials became the mainspring of Mathematical developement duringthe course of 18th and 19th centureis AD. Leibniz's influence on the European continent was far greater than Newton's. Continuity of functions was an intuitively accepted phenomenon in the earlier rounds of thinking. Fortunately for the progress of Mathematics, Newton and Leibniz took for granted that all functions have derivatives. It was difficult enough to obtain an acceptable notion about it. To the differential calculus thus discovered was added the opposite contruction of the integral calculus; and the work of Archimedes was belatedly rediscovered. After sometime, it was realized that certain functions might be represented by power series also. Mechanics, even for Newton, led to considering functions as integrals of differential equations. The infinitesimal geometry of curves, extended to surfaces, demanded the introduction of equations with partial derivatives, necessary also for mechanics of vibrating cords. A study of periodic phenomena led to the consideration of trigonometric series. The original classic by the French Mathematician Jean-Baptiste-Joseph Fourier (1768-1830) (see Fourier [Fou22]) contains the basic ideas in this regard, although with no rigour. Thus each forward step in Mathematics engendered, by a chain of creations, the introducation of new entities which were used as tools for other studies and other creations.

Newton's contribution changed the face of both Mathematics and physics.

4. Swiss athematician Leonhard Euler (1707-1783)

The Bernoulli family from Switzerland, running through mid 17^{th} century to late 18^{th} century, were fired with enthusiasm for dirrerential calculus. Euler was Johann Bernoulli's student. He, in his treatise (see Euler [Eul48]), brought the concept of function and infinite processes into analysis. Euler was one of the founders of calculus

of variations and differential geometry. Both are applications of differential calculus, to cases in which a function depends on another function or curve in calculus of variations and to general properties of curves and surfaces in differential geometry. After Fermat, Euler was the greatest number theorist. The Euler totient function has its claim of importance in number theory. It extended a Fermat result on prime numbers to nonprime numbers also. Euler's formula in radicals for quartic equations is the lst such case because Abel proved later that it is impossible to obtain such formulas for fifth and higher degrees. His method of exeraction of square roots modulo prime numbers and continuation of certain work by Fermat is another contribution that led Gauss to explore sitll further. He made strides into continued fractions. In 1779, he also posed a certain conjecture on orthogonal Latin squares; but it took nearly 200 years to prove Euler wrong (see Parker [Par59} and Bose, Shrikhande and Parker [BS59] & [BSP60]). His calculus of quotients of qualitative zeroes and operating with sums of divergent series created furore. Euler also contributed to Mathematical physics.

While Greeks put everything side by side, all aspects of real numbers did not merge with the Greek heritage. While this is so, it seems that the later developments from the beginning of 17^{th} century happended through a perception of compelling need to expand, analyze and rationalize various aspects together. Euler is to be credited for his wide-spread contributions in Mathematics, though he was seen to lack soundness in logical foundations. After Newton and Leibniz, the pioneering 18th centruy Mathematician was Euler.

5. Italian-French Mathematician Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

Born in Italy, Lagrange had a carrer in Prussia and later moved to France. In the context of the French Revolutionary period, we note the establishement of Ecole Polytechnique in the year 1794. Lagrange and Pierre-Simon Laplace (1749-1827) were its first teachers. Lagrange's contribution is in a variety of subjects - algebra, number theory, analysis and mechanics. His interpolation formula is one of the most applicatble results in numerical analysis. The result in group theory known today as "the order of an element in a finite group divides the number of elements in the group" is attributable to his work extending Euler's congruence (see on the preceding page) that absorbed Fermat's congruence. He continued Euler's work on continued fractions. He discovered a rule for existence of multiple roots of a polynomial based on the greatest common denominator of the polynomial with its derivative. He is the cofounder, with Euler, of calculus of variations. In his works (see Lagrange [Lag88] & [Lag97]) on mechanics and analysis, he uses deductive logic to bring mechanics in the framework of rigorous Mathematical analysis. Lagrange's theory of functions, the graphical representation of complex numbers obtained in 1813-1814 by the Swiss Mathematician Jean-Robert-Argand (1768-1822) and the imaginary period of elliptic functions explained by Abel in the year 1824 led Cauchy to the so-called integral theorem continuation of Euler with a difference. He brought a level of abstraction that paved a smoother path for future Mathematicians.

6. German Mathematician Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Gauss was one of the first to feel the need for rigour in Mathematics. In the year 1796, at the age of 19, he studied the Euclidean constructions in geometry; arrived at the notions of contructible numbers; and, created a setting for all algebraic numbers of certain types to be considered. The phrases used today like Gaussian integers, Gaussian channel acknowledge his remarkable contributions in related areas. In 1799, he proved that every polynomial equation with complex coefficients has a root. In the year 1801, he contributed (see Gauss [Gau01]) to number theory in terms of theory of congruences and quadratic reciprocity; these are enormously significant results. His quadratic reciprocity law enabled many numerical calculations without effort. He conjectured that for infinitely many prime numbers p, p-1 is the least number such that p divides 10^{p-1} -1. This conjecture is still unresolved. He provided the basic result, known today as Gauss Lemma, that enables construction of unique factorization domains. He contributed (see Gauss [Gau28]) to differential geometry exploiting the parametric representations.

It is often the case that serious researchers today look backwards to Gauss for inspiration. Another reason for them to do this is to make sure that this giant has not already introuduced their ideas.

7. French Mathematician Augustin Louis Cauchy (1789-1857)

It was Cauchy who succeeded in introducing clarity and rigour. He was "forced to accept propositions which may seem a little hard to accept; for example, that a divergent series does not have a sum". He introduced, with precision, the necessary definitions of limit, of convergence, and thus made possible, in a short time, great advances in areas which had been finally clarified.

Actually at the beginning of 19^{th} century, Cauchy closed one period in the history of Mathematics and inaugurated a new one which would appear to be less hazardous. He ruthlessly tested the product of three centuries, establishing an order and a rigour unknown before. He rejected as too vague the habitual appeals to "generality of the analysis" and determined the conditions of validity of statements in analysis with rigorous definitions of continuity, of limits, of different sorts of convergences of sequences or series, which he provided. In the early 19^{th} century, Abel described the state that Mathematics was in when he entered it thus : "Divergent series are completely an invention of the devil, and it is a disgrace that any demonstration should be based on them. One can draw from them whatever one wishes when they are used they are the ones that have produced so many failures and paradoxes. Even the binomial theorem has not yet been rigoursly demonstrated. Taylor's theorem, the base of all higher Mathematics, is just as poorly established. I have found only one vigorous demonstration of it that of Cauchy."

In the year 1825, Cauchy proved the well-known integral theorem of complex functions. At the core foundation level, he offered a construction of the real number system. Also constructed the real number system. Much later in the year 1895, the German Mathematician George Cantor (1845-1918) formulated (see Cantor [Can95]) the theory of sets and introduced how to reason in a framework. In doing so, he justified Cauchy's construction of real numbers to be the same as two other versions created by the German Mathematicians Richard Dedeking (1831-1916) and Kari Weirstrass (1815-1897). We refer to the complete works of Cauchy in [Cau74] for his detailed contributions.

We can say that Cauchy and Cantor started the age of reason. It is Cauchy who laid the strong foundation of Mathematics by insisting on logical reasons to prevail at every level.

8. German Mathematician Georg Bernhard Riemann (1826-1866)

During the mid-19^{th} century, Riemann ruled the development of future Mathematics beyound the imagination of othose times. One of his masterpieves of work is complex function theory. His geometric intuition in complex analysis in terms of conformal mappings and the so-called Riemann surfaces, his method of handling differential form for arc length, curvature tensor etc. (in the year 1854) involving ideas found useful and essential later in general relativing ideas found useful and essential later in general relativity and his conjecture (in the year 1859) that is still unresolved going by the name Riemann Hypothesis and which has unleashed an unsurpassed level of Mathematical developements - all these qualify him as the undisputed master and genius.

Riemann's Hypothesis remains one of the most intriguing conjectures in all of Mathematics. It is difficult to describe it without going into some Mathematical vocabulary. It states that all the nontrivial zeroes of a certain complex - valued function of a complex variable, described in terms of an infinite series, must have real part euqal to 1/2, The subject matter of this unresolved conjecture has triggered valuable research in analytical numbers theory and complex function theory. Riemann Hypothesis is still unproved. But serveral thousands of zeroes have been verified to fall in place by use of computers.

The Riemann Hypothesis, if found true, would have enormous consequences in number theory. For instance, it would establish a better handle on the nature of distribution of prime numbers. No one would have thought about a connection between prime numbers and analytic functions.

We refer to Riemann's works (see Riemann (Rid90]). We also refer to Laugwitz [Lau99] to find how Mathematics changed since Riemann.

9. German Mathematician David Hilbert (1862-1943)

The German Mathematician David Hibert (1862-1943) provided the steering wheel for most of the Mathematical developments during the 20^{th} century by his 23 famous problems presented in his address to Second International Congress of Mathematicians at Paris (see Brouder [Bro76]). The surge in ideas contributed by these problems was huge. Though these challenging problems developed furture Mathematics to a great extent, some of his expectations were belied later. A notable one was his own student Godel's result (see Godel [Go40]) in logic proving that arithmetic cannot be simultaneously consistent (meaning both a statement and its oppisite cannot be true) and complete (meaning either a statement or its opposite is true); that was contrary to Hibert's intuition. Hilbert's contribution, in the year 1906, to the theory of infinite dimensional spaces is immense. Hilbert is remarkable for his conceptualizatin of certain earlier trend - setting problems. In the second half of 19^{th} centrury, problems in electrostatics and potential theory led to a study of integral equations. In the year 1877, the United States Mathematician George William Hill studied matrices of infinite size relating them to perturbation theory of lunar motion. And, in the year 1900, Ivar Fredholm discovered the algebraic analogue of the theory of integral equations. Henri-Leon Lebesgue laid the ground work with measure theory for the later contributions by Banach and Frechet to generalize Hilbert's work. In the year 1922, the Austraian - Hungarian (later territorially Polish) Mathematician Stefan Banach studeied the aspects of "geometrizing" the spaces. And the French Mathematician Maurice-Rene Frechet, in the year 1928, generalized these further. Hilbert's contributions in commutative algebra, diophantine euqations, number theory etc. are equally noteworthy.

Hibert's list of problems kindled so much of research activity during the first five decades of 20th century that this peirod is known as the golden age of Mathematcis.

10. Nicolas Bourbaki (1935-continuing)

A group of Mathematicians (mainly French) go together under this pseudonym. Nicolas refers to an ancient Greek hero from whom a French General Charles Soter Bourbaki apparently descended. When Andre Well was a first year student in Ecole Normale Superieur. He attended a lecture by a senior student, who mockingly presented false theorems and attributed them to various French generals. The last and most ridiculous theorem was named after this Bourbaki. Andre Weil, Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Dieudonne and a few others, all young under 30 years of age, were passionate to bring about changes in future currinulum of Mathematics. Their thought was to publish books from a conceptual and fundamental standpoint. The idea of a forum was born and it was named after Bourbaki, with humour intended.

The first Bourbaki Congress was in the year 1935. The group decided on certian rules for themselves. Membership is limited to 9. Each member would retire at the age of 50. They would meet three or four times a year, each time for a week or two, for a total discussion on the various projects. All members should participate to the same extent that a member is expected to. They should use only axiomatic framework and structural classification of Mathematics to write the books that are agreed to be written. No references could be cited other than a Bourbaki book in line. Everyone would prepare a presentation of a topic or a chapter for the book and all others would discuss the material in entirety. Together they would arrive at the final version. There is no authorship and the publishing will go under the name Bourbaki. Bourbaki's aim was to publish high-class text-books quickly. The target size of a book was about 1000 pages running into approximately 10 chapters with the target time set for about 6 months. Their initial list of books is :

a) Book I. Set Theory

b) Book II.Algebra

c) Book III. Topology

d) Book IV. Functions of One Real Variable Variable

e) Book V. Topological Vector Spaces

f) Book VI. Integration

The project moved slowly; only certain chapters were completed by 1942 because of World War II and members going abroad. Roger Godemont, Jean-Pierre Serre, Pierre Samuel, Laurent Schwartz, Samuel Eilenberg were recruited as new members. By 1958, the books were completed. By then, some founding members ste4pped down and Alexander Grothendieck, Serge Lang, John Tate joined.

Meanwhile Mathematics had grown to a considerable extent, also owing to the inuence of Bourabaki. Members felt that they were not universal Mathematicians to join in all the book projects. However, the decision of Bourbaki was even if not universal, their interest to participate in that, everything was mandatory. No membre could stay on the principle of their speciality contribution only. About the rigidity of linear order of arrangement of the topics in books, compromise was made that an organic development would be acceptable without disrupting the unity of Mathematics and structural aspects. The earlier six books needed revisions so new projects could build on them. Bourbaki carried out these and also completed by the year 1980 quite a few chapters in three more books, viz.

a) Book VII. Commutative Algebra

b) Book VIII. Lie Groups and Algebras

c) Book IX. Spectral Theory

Yer another one (Differential and analytic varieties) completed by Bourbaki was just a summary of results and nto a full exposition of thougths. It was just to help the organization of other books.

The various titles of Bourbaki books given here are written in English. Actually, the titles and the work were in French. The first 6 books were later translated into English by Bourbaki.

Bourbaki also publishes several survey articles on advancede topics with their interntion to reach out these topics to nonspecialists. These titles emerge after intensive seminars held frequently.

Bourbaki certainly set standards for what a professional Mathematician should know. They brought out books aimed as text-books but they are more like reference books or encyclopedia-cum-treatise-cum-monograph or whatever. What will be the future of Bourbaki? Will their book porjects die? Will their seminars and publications take over the main Bourbaki engagement? Will specialists only prevail under Bourbaki banner? The basic starting reason for Bourbaki is the unity of Mathematics. History shows that survival.

Conclusion

Like I said in the beginning, language and Mathematics are the only two sujbects that are characteristically fundamental. Through them, we can handle whatever appropriate expressions are needed to convey ideas in essence (abstraction) and lead these ideas to explore further thoughts (concretisation). They have become essential and irreplaceable in our daily life. The selected Mathematicians in this article have amply fortified this and made future embellishments a distinct possibility.

References :

1. [Bel37] E.T.Bell. Men of Mathematics. Simon and Shuster, New York, NY, 1937.
2. [boua] Website http://www.bourbaki.ens.fr.
3. [boub] Website http://www.bourbaki.net.
4. [Bro76] Felix Brouder, editor. Mathematical Developments arising from Hilbert Problems. American Mathematical Society, 1976.
5. [BS59] R.C. Bose and S.S. Shrikhande. On the Falsity of Euler's Conjecture About the Nonexistence of Two Orthogonal Latin Squares of Order 4t+2. Proc. Nat. Acad. of Sci. U.S.A., 45:734-737, 1959.
6. [BSP60] R.C. Bose, S.S. Shrikhande, and E.T. Parker. Further results on the construction of mutually orthogonal Latin squars and the Falsity of Euler's conjecture. Canadian Journal of Mathematics, 12:189-203, 1960.
7. [Can95] George Cantor. Beitrage zur Begrundung der transfinitem Magenlehre I. Math. Ann., 46:207-246, 1895. translated by P.Jourdain i n1915.
8. [Cau74] Augustin Louis Cauchy. Oeuvres completes d'Augustin Cauchy (27 volumes). Gauthier-Villars, Paris, 1882-1974.
9. [CR41] R.Courant and H.Robins. What is Mathematics? Oxford University Press, Oxford, England, 1941.
10. [Des37] Rene Descartes. Discours de la methode pour bien conduire saraison et chercher la veritee dans les sciences (last appendix La geometrie). 1637.
11 [Edw77] Harold M.Edwards. Fermat's Last Theorem : A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory. Springer-Veriag, New York, NY, 1977.
12. [Fou22] Jean-Baptiste-Joseph Fourier, editor. Theorie analytique de la chaleur. Dover Publications, 1822.
13. [G40] Kurt Godel. The consistency of the axiom of choice and the generalized continuum hypothesis (Annals of Mathematics Studies # 3). Princeton University Press, Princeton, NJ, 1940.
14. [Gau01] Carl Friedrich Gauss. Disquisiones Arithmatique. 1801. Yale University Press 1966.
15. [Gau28] Carl Friedrich Gauss. Disquisiones Generales Circa Superficies Curvas. 1828.
16. [Hea56] Thomas L.Heath, editor. The Thirteen Books of Euclid's Elements (3 volumes). Dover Publicaations, New York, 1956. Original Publication by Cambridge University Press (1925).
17. [Lag88] Joseph-Louis Lagrange. Mecanique analytique. 1788.
18. [Lag97] Joseph-Louis Lagrange. Theorie des fonctions analytiques. 1797.

Hari Subramanian** was a professor of Mahtematics and Dean at BITS/Pilani. Before and after Pilani, he taugth in USA (CWRU/Cleveland; SUNY/Buffalo; Howard University, Washington DC; Morgan State University, Baltimore). His academic interest is in Algebra and its influence. He is now retired and lives in Chennai as well as Sunnyvale, California. He can be contacted at **whoishs@gmail.com

Soruce : Learning Curve, Azim PremjiFoundation