



సామర్థ్యాల సాధనకై బోధనా వ్యూహాలు (Teaching strategies to attain competencies)

పరిచయం

- ప్రస్తుతం మన పాఠశాలల్లో గణితంను ఎలా బోధిస్తున్నారు?
- ఎక్కువమంది పిల్లలు గణితం అంటే ఎందుకు భయపడుతున్నారు?
- ఎంతమంది పిల్లలకు గణిత తరగతిగదికి సంబంధించిన సామర్థ్యాలు ఉన్నాయి?
- గత పది సంవత్సరాలలో ఎన్నో శిక్షణలు, ఉపాధ్యాయులకు కరదీపికలు ఇవ్వబడ్డాయి. అయితే ఏమేరకు తరగతిగది బోధనావిధానంలో మార్పులు వచ్చాయి?
- బోధనలో మార్పులు రావాలంటే ఏమి చేయాలి?
- పిల్లలు గణితాన్ని ఇష్టపడాలంటే ఒక ఉపాధ్యాయునిగా మనమేమి చేయాలి?
- ఉపాధ్యాయుడు ఎలా బోధనకు సంసిద్ధుడైతే ఆసక్తికరమైన అభ్యసన మరియు పిల్లలకు గణితంపై ఆసక్తి కల్పించవచ్చు?

పై వాటి గురించి ఒక నిమిషం ఆలోచిద్దాం! ఈ ఆలోచనలు మన తరగతిగది బోధనలో ఏమైనా మార్పులు తీసుకురాగల్గినట్లయితే, అవి మన పిల్లల్లో నేర్చుకోవడంపట్ల ఆసక్తి, అభిరుచిని పెంపొందిస్తాయి. తద్వారా గణిత అభ్యసన సులువు అవుతుంది. ఆశించిన సామర్థ్యాలు, నైపుణ్యాలు వారిలో పెంపొందుతాయి. ఇందుకోసం ఈ అధ్యాయంలోని చర్చలను, బోధనావ్యూహాలను అవగాహన చేసుకుందాం.

మానసిక శాస్త్రం ప్రకారం అభ్యసనం అంటే “ప్రవర్తనలో సాపేక్ష శాశ్వత మార్పు”. అనగా అభ్యసనకు ముందు తదనుగుణ సామర్థ్యాలను అభ్యసనం క్రమంలో విద్యార్థిలో క్రమంగా నైపుణ్యాలను విద్యార్థులు అభివృద్ధి పరుచుకుంటారు.

కానీ ప్రస్తుత తరగతి గదిలో విద్యార్థికి ఉపాధ్యాయుడు కొంత సమాచారం అందించి వాటిని జ్ఞాపకం ఉంచుకోవడాన్నే “జ్ఞానం” గా, ఎవరైతే ఎక్కువగా జ్ఞాపకముంచుకున్న దానిని రాతపూర్వకంగా గానీ, మౌఖికంగా గానీ తిరిగి చెప్పగలిగిన వారిని తెలివైనవారుగా, సామర్థ్యాలు గల వారుగా గుర్తిస్తున్నాం. దీనికి కారణం తరగతి గదిలో నిర్వహించే మన ప్రస్తుత బోధనా విధానమే.

ప్రస్తుతం NCF-2005, APSCF-2011, RTE-2009 ల సూచనలు, సలహాల ఆధారంగా విద్యార్థిలో వివిధ విషయాలలో విషయాలవారీగా విషయావగాహనతోపాటుగా ఆయా విషయాలకు సంబంధించిన సామర్థ్యాలు అభివృద్ధి చెందాలి. గణిత విషయానికి వస్తే గణిత ఆధారపత్రం ప్రకారం గణిత తరగతిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల ద్వారా సమస్యాసాధన, కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణలు చేయడం, వ్యక్తపరచడం, అనుసంధానం, దృశ్యీకరణ - ప్రాతినిధ్య పరచడంలలో పిల్లలు నైపుణ్యం ప్రదర్శించగలగాలి. తరగతి గదిలో విద్యార్థులలో అభివృద్ధిచెందిన గణిత నైపుణ్యాలు, నిత్యజీవితంలో వినియోగించేటట్లు ఇతర విషయాలలో అన్వయించేటట్లు, మరియు నూతన ఆవిష్కరణలు చేసేవిధంగా ఉండాలి. ఆవిధంగా పిల్లలను తయారుచేయుటకు ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్యపుస్తకాల గురించి తరగతిలో అనుసరించదగిన బోధనావ్యూహాలు మొదలగు వాటిగురించి పూర్తి అవగాహన కల్గి సమర్థవంతంగా అమలుపరచగలిగేలా ఉండాలి.

కావున పైన తెలిపిన గణిత సామర్థ్యాలు పిల్లలలో పెంపొందించుటకై ఉపాధ్యాయులుగా మనం ఏయే సామర్థ్యాలవారీగా ఎలాంటి వ్యూహాలు అనుసరించవచ్చో కొన్నింటిని చర్చిద్దాం.

సమస్యా సాధన

తరగతి గదిలో పిల్లలలో సమస్యా సాధన నైపుణ్యం అభివృద్ధి చెందాలంటే సమస్యా సాధనలోని సోపానాలను పాటించగలగాలి. ఒక పద్ధతి ప్రకారం సోపానాలను పాటిస్తూ సమస్యను సాధించడం పిల్లలకు అలవాటయితే తరగతి గదిలో సాధించిన సమస్యలనే కాకుండా ఏ సందర్భంలోనైనా సమస్యలను సాధించగలరు.

సమస్యా సాధనలోని సోపానాలు

- సమస్యను చదవడం.
- దత్తాంశంలోని అన్ని అంశాలను గుర్తించడం. (దత్తాంశంలోని సమాచారం మొత్తాన్ని విడిభాగాలుగా గుర్తించడం)
- సారాంశాన్ని గుర్తించడం.
- సమస్యా సాధనకు అవసరమయ్యే దత్తాంశాలను గుర్తించడం.
- సమస్యలో ఇమిడిఉన్న భావనను అర్థం చేసుకోవడం.
- సమస్యను సాధించడానికి పద్ధతిని, విధానాన్ని ఎన్నుకోవడం.
- ఎంపికచేసిన పద్ధతిని సమస్యను సాధించడం.
- సరిచూసుకోవడం.

అయితే సమస్య సాధనాపద్ధతిని పిల్లలకు అవగాహన పరచడానికి

- ఉపాధ్యాయుడు సమస్యను నల్లబల్లపై రాయాలి.
- నల్లబల్లపై రాసిన సమస్యను పిల్లలచే చదివించాలి.
- సమస్యలో ఇవ్వబడిన సమాచారం మరియు కనుగొనవలసిన దానిని గూర్చి పిల్లలతో చర్చింపజేయాలి.
- సమస్యలో ఇమిడివున్న భావనలను, వాటి మధ్యగల సంబంధమును గుర్తింపజేయడం చేయాలి.
- సమస్య సాధనకై ఆ సమస్యలో అవసరమైన సమాచారాన్ని గుర్తింపజేసి నల్లబల్లపై రాయాలి.
- తర్వాత సమస్యసాధనకై పద్ధతిని పిల్లలచే చర్చింపజేస్తూ నిర్ణయించాలి. అవసరమైన సూత్రాలను గుర్తించి నల్లబల్లపై రాయాలి.
- సమస్యలో ఇచ్చిన విలువలను తమదనుగుణ సూత్రములో ప్రతిక్షేపించి నల్లబల్లపై గణనచేస్తూ, సమస్యను పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ సాధించాలి.
- పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ సమస్య సాధనలోని ఫలితాన్ని సరిచూడాలి.
- ఈవిధంగా సమస్య సాధనను పూర్తితరగతిలో పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ పద్ధతి ప్రకారం సమస్య సాధనను అవగాహన పరచాలి.
- సమస్య సాధనలో పిల్లలకు కల్గిన సందేహాలను స్వేచ్ఛగా అడిగే అవకాశము వారికి ఇచ్చి, సందేహాలను పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేస్తూ సందేహ నివృత్తి గావించాలి.

అతర్వాత పిల్లలు సమస్యసాధనను ఎంతమేరకు అవగాహన చేసుకున్నారో తెలుసుకోవడానికి అలాంటిదే ఒక నమూనా సమస్యను ఇచ్చి సాధింపజేయాలి. ఇందుకోసం కింది విధానాన్ని అవలంబించాలి.

- ఒక నమూనా సమస్యను (ఇంతవరకు నల్లబల్లపై చర్చింపజేస్తూ సాధించిన సమస్యలాంటిది) నల్లబల్లపై రాయాలి.
- నల్లబల్లపై రాసిన సమస్యను పిల్లలందరినీ వారి నోటుపుస్తకంలో రాసుకొని వ్యక్తిగతంగా పద్ధతిప్రకారం సాధించమనాలి.
- పిల్లలు వ్యక్తిగతంగా సమస్యను సాధించిన తర్వాత వారు చేసిన సమస్య సాధనను గూర్చి (గ్రూపులుగా విభజించి) పిల్లలను గ్రూపులలో చర్చించమనాలి.
- గ్రూపులలో పిల్లలు సమస్యసాధనను గూర్చి చర్చిస్తున్న విధమును ఉపాధ్యాయులు గమనిస్తూ పిల్లలు చేసిన దోషములను గుర్తించాలి.
- పిల్లలు సమస్యసాధనలో చిన్నచిన్న తప్పులు చేస్తున్నట్లయితే వాటిని గ్రూపులలో అక్కడికక్కడే వారిలో చర్చింపజేస్తూ దోషనివారణ, సందేహనివృత్తి చేయాలి.
- అవసరమైన సందర్భాలలో ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు సూచనలు, సలహాలనిస్తూ సమస్యసాధనను చేసేలాగా ప్రోత్సహించాలి.

- ఎక్కువమంది పిల్లలు చేసిన దోషములను గుర్తించి వాటిని నల్లబల్లపై రాసి వూర్తి తరగతిలో పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ దోషనివారణ గావించాలి. లేదా
- పిల్లలు సమస్యాసాధనలో ఎక్కువ తప్పులు చేస్తున్నట్లయితే ఉపాధ్యాయులు అలాంటిదే మరొక సమస్యను నల్లబల్లపై రాసి వూర్తితరగతిలో పిల్లలచే చర్చింపజేస్తూ సమస్యాసాధనను మరొకసారి అవగాహన పరచాలి.

ఐతే అభ్యాసంలోని సమస్యలు పిల్లలు సొంతంగా చేయాల్సిఉంటుంది. కావున పైవిధానంలో సమస్యలోని ఒక్కొక్క సోపానాన్ని సమస్యా సాధనకు చర్చింపజేసి మొత్తం లెక్కజేసి విధానాన్ని మౌఖికంగా చెప్పించాలి. ఇలా ముగ్గురి నలుగురి పిల్లలతో చెప్పించాలి. తదుపరి చేసే విధానం అవగాహన జరిగిందా, లేదా చర్చించాలి. తదుపరి సొంతంగా సమస్యలను సాధించమాలి. ఇలా అభ్యాసాలలో సమస్యలనుబట్టి ప్రారంభంలో 2, 3 సమస్యలు సొంతంగా చేసేలా చేయాలి. ఆతరువాత సమస్యల సంఖ్య పెంచాలి. ఇలా సమస్యలు సాధించడంలో పిల్లల్ని ప్రోత్సహించాలి.

కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణలు చేయడం

తరగతి గదిలో పిల్లలు యాంత్రికంగా సమస్యాసాధన చేయడం మాత్రమే కాకుండా గణితంలోని భావనలకు, సమస్యాసాధనలకు సంబంధించిన కారణాలను తగిన తర్కముతో వివరించగలగాలి. దీనికై తరగతిగదిలో ఉపాధ్యాయుడు పిల్లల్లో కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణలు చేయడం అనే నైపుణ్యాన్ని పెంపొందింపజేయాలి. ఈ నైపుణ్యాన్ని పెంపొందించడానికి కింది సూచికలు పిల్లలకు ఉపయోగపడ్తాయి.

- ఆగమన, నిగమన పద్ధతుల ద్వారా తార్కికతను పెంపొందించుకోవడం మరియు సిద్ధాంతాలను నిరూపించడం.
- గణిత సాధారణీకరణలు మరియు ప్రకల్పనలను అవగాహన చేసుకొని వివరించడం.
- ప్రకల్పనలకు సంబంధించిన ప్రత్యేక సందర్భాలలో తర్కాన్ని పరీక్షించడం ఒక నిర్ణయానికి రావడం.
- సమస్యా సాధనలోని సోపానాలకు కారణాలు చెప్పడం
- సమస్యా నిరూపణలోని క్రమాన్ని తర్కంతో అర్థం చేసుకోవడం.
- సమస్యా సాధనలోని ఫలితాలను సరిచూడడం వంటివి చేయగలిగితేనే కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణలు చేయడంలో నైపుణ్యాలు పిల్లలలో పెంపొందించబడతాయి.

పై నైపుణ్యాలను పిల్లలలో పెంపొందించుటకు తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణల సమయంలో భావనల అవగాహన కోసం కింది విధానాన్ని అవలంబించాలి.

- పిల్లలచే వ్యక్తిగతంగా పాఠ్యాంశంలోని భావన అవగాహనకు ఉద్దేశించబడిన అంశాన్ని చదివించాలి.
- భావనను మరింత విస్తృతంగా అవగాహన చేసుకోవడానికి జట్లలో/వ్యక్తిగతంగా కృత్యాలను కల్పించి పిల్లలందరినీ పాల్గొనేలా చేయాలి. (ఇందుకోసం “ప్రయత్నించండి”, “ఆలోచించండి-చర్చించండి” అభ్యాసాలలోని కృత్యాలు/సమస్యలు ఉపయోగపడ్తాయి).

- కృత్యంలో పాల్గొన్న తర్వాత పిల్లలు పొందిన అనుభవాలను జట్లలో చర్చింపజేయాలి.
- తర్వాత పూర్తి తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు సంబంధిత ప్రశ్నల ద్వారా పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ క్రమంగా ఆ భావనకు సంబంధించిన సాధారణీకరణలు చేయించాలి.
- తరగతిలో చేసిన సాధారణీకరణలను ప్రత్యేక సందర్భాలలో పరీక్షింపజేసి తగు నిర్ణయాలు చేయించాలి. (ఉదా॥ $a^0 = 1$ అనే సాధారణీకరణం చేసిన తర్వాత $a = 0$ సందర్భాన్ని పరీక్షించడం.)
- పూర్తి తరగతిలో ఉపాధ్యాయులు నల్లబల్లపై నేర్చుకున్న భావనకు సంబంధించిన సమస్య సాధనను పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ అవగాహనపరచు సందర్భంలో సమస్య సాధనలోని ప్రతి సోపానానికి పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ తగిన కారణాలు చెప్పించాలి.
- ఈవిధంగా పిల్లలలో గణితపరమైన ఆలోచనను కలిగించే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను వ్యక్తిగతంగా/జట్లలో/ పూర్తి తరగతిలో కలిగిస్తూ ప్రశ్నల క్రమంతో అవగాహన, సాధారణీకరణ దిశలో సాగాలి.

వ్యక్తపరచడం

గణిత అభ్యసనంలో వ్యక్తపరచడం అనేది ఒక ప్రధానాంశం. గణితంలో ప్రత్యేక పదజాలము మరియు సంజ్ఞలు ఉన్నాయి. అవి తర్కంతో కూడిన భావనలను వ్యక్తపరచడానికి ఉపయోగపడతాయి. వీటిపై అవగాహన లేకపోతే విద్యార్థికి భావనల అవగాహన మరియు సమస్య సాధన కష్టతరమవుతుంది. కావున పిల్లలలో గణితపరంగా వ్యక్తపరచడం అనే నైపుణ్యం పెంపొందించవలసిన అవసరం ఉంది. పిల్లలు గణితపరంగా వ్యక్తపరచడం అనగా ముఖ్యంగా కింది సూచికలను ప్రదర్శించగలగాలి.

- గణిత భావనలను, సాధారణీకరణ వాక్యాలను చదవగలగడం - రాయగలగడం, చెప్పగలగడం.
- గణిత వాక్యాలను సరైన గుర్తులు ఉపయోగించి రాయగలగడం, చెప్పగలగడం, ఉపయోగించగలగడం.
- గణితపరమయిన ఆలోచనలను స్వంతమాటలలో వివరించడం.
- సమస్య సాధన పద్ధతిని వివరించగలగడం.
- నేర్చుకున్న భావనలకు సంబంధించి నూతన సమస్యలను రూపొందించగలగడం వంటి నైపుణ్యాలు ప్రదర్శించగలగాలి.

పై నైపుణ్యాలు పిల్లలలో పెంపొందింపజేయుటకు తరగతిగదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణ సమయంలో ఉపాధ్యాయులు కింది విధానాన్ని అవలంబించాలి

- భావనల అవగాహన కోసం పాఠ్యాంశాన్ని పిల్లలచే వ్యక్తిగతంగా చదివించాలి. ఈ సందర్భంలో అందులోని గణిత పదజాలాన్ని, గుర్తులను గుర్తించజేసి, వాటిని నల్లబల్లపై రాసి వాటిగురించి పూర్తి తరగతిలో పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ అవగాహన పరచాలి.

- భావనల విస్తృత అవగాహనకోసం తరగతిగదిలో పిల్లలతో జట్లలో/వ్యక్తిగతంగా కృత్యం నిర్వహింపజేసి ఆ అనుభవాలను, పరిశీలనలను, సాధారణీకరణలను జట్లలో పిల్లలతో చర్చింపజేసిన తర్వాత పూర్తితరగతిలో చర్చించేటప్పుడు అందరు పిల్లలచే ఆ అనుభవాలు/సాధారణీకరణలను గణితగుర్తులు ఉపయోగించి గణితవాక్య రూపంలో రాయడాన్ని అభ్యాసం చేయించాలి.
- తర్వాత ఉపాధ్యాయుడు నల్లబల్లపై పిల్లలు నేర్చుకున్న భావనకు సంబంధించిన సమస్య సాధనను తరగతిలో పిల్లలకు అవగాహనపరిచే సందర్భంలో నల్లబల్లపై రాసిన సమస్యను పిల్లలచే చదివించడం అందులోని గణితపదజాలాన్ని పిల్లలతో చర్చింపజేయడం చేయాలి.
- సమస్య సాధనలో భాగంగా సమస్యలోని సమాచారాన్ని (దత్తాంశాన్ని) ఆధారంగా సూత్రాలనుగానీ, సమీకరణాలనుగానీ పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ వారే స్వంతంగా తెలిపేటట్లు ప్రోత్సహించాలి.
- సమస్య సాధన తర్వాత పిల్లలు ఆ సమస్యసాధనా పద్ధతిని వివరించేలా ప్రోత్సహించాలి.
- పాఠం చివరన అభ్యాసంలోని సమస్యలను పిల్లలచే వ్యక్తిగతంగా సాధింపజేసిన తర్వాత ఆ పాఠంలోని అన్ని భావనలను దృష్టియందుంచుకొని పిల్లలచే జట్లలో లేదా వ్యక్తిగతంగా నూతన సమస్యలను తయారు చేయడం అభ్యాసం చేయించాలి.

అనుసంధానం

గణితంలో భావనల అవగాహనకోసంగానీ, సమస్య సాధన సమయంలోగానీ అనుసంధానం చేసే నైపుణ్యం అవసరమవుతుంది. ఈ అనుసంధానం ఒక గణిత భావన మరియొక గణిత భావనతో కావచ్చు, మరియొక విషయంలోని భావనతో కావచ్చు. నిత్యజీవితంలో కావచ్చు. కావున తరగతిగదిలో విద్యార్థులు అనుసంధానం చేసే నైపుణ్యాన్ని పెంపొందించుకోవలసిన అవసరం ఉంది.

పిల్లలు అనుసంధానం చేసే నైపుణ్యం ప్రదర్శించడానికి ఈ సూచికలను కల్గిఉండాలి.

- గణిత భావనలను అనుబంధ గణిత పాఠ్యవిభాగాలకు చెందిన భావనలతో అనుసంధానం చేయడం.
- గణిత భావనలను ఇతర విషయాలకు చెందిన భావనలతో అనుసంధానం చేయడం.
- గణిత భావనలను నిత్యజీవితంలో వివిధ సందర్భాలలో అనుసంధానం చేయడం వంటివి చేయగలగాలి.
- గణితంలోనే వేర్వేరు పాఠ్యాంశాలకు సంబంధించిన భావనలను అనుసంధానం చేయడం.

పై నైపుణ్యాలు పిల్లలో పెంపొందింపజేయుటకు తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల సమయంలో ఉపాధ్యాయులు కింది విధానాన్ని ఉపయోగించాలి.

- గణిత భావనల అవగాహన కోసం పాఠ్యాంశంను పిల్లలచే చదివించాలి. లేదా కృత్యాలను నిర్వహించాలి. పిల్లలు పాఠ్యాంశం చదువుతూ భావనల అవగాహన చేసుకునే క్రమంలో కృత్యాలలో పాల్గొనేటప్పుడు కొంతవరకు తమకున్న పూర్వభావనలను అనుసంధానం చేసుకోగలుగుతారు. వాటిని తోటిపిల్లలతో చర్చిస్తారు.

- తర్వాత భావనల విస్తృత అవగాహనకై తరగతిగదిలో కృత్యం నిర్వహించే సమయంలో పిల్లలు జట్లలో కృత్యంలో పాల్గొంటూ, చర్చిస్తూ భావనలను అనుసంధానం చేసుకునేలా ఉపాధ్యాయుడు అవగాహన కల్పించాలి. వారిని ప్రోత్సహించాలి.
- కృత్యం పూర్తయినతర్వాత పిల్లలు చేసిన సాధారణీకరణాలు పూర్తి తరగతిలో చర్చింపజేసే సమయంలో పూర్వభావనల ఆధారంగా ప్రశ్నలను ఉపయోగించి వాటిని అనుసంధానం చేయిస్తూ పిల్లలకు భావనను అవగాహనపరచాలి.
- నల్లబల్లపై భావనకు సంబంధించిన సమస్య సాధనను పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ అవగాహనపరిచే సమయంలో ఆ సమస్యలో యిమిడిఉన్న సమాచారాన్నిబట్టి భావనల అనుసంధానాన్ని గుర్తింపజేయాలి.
- ఆ అనుసంధానాల ఆధారంగా సమస్య సాధనాపద్ధతిని పిల్లలే నిర్ణయించగలిగేలా చర్చింపజేయాలి.

ఈవిధంగా అనుసంధానాల ఆధారంగా పిల్లలు భావనలలో మరియు సమస్యసాధనలలో గల తర్కాన్ని అవగాహన చేసుకోగలుగుతారు.

దృశ్యీకరించడం - ప్రాతినిధ్యపరచడం

గణితంలో పిల్లలు భావనలను అవగాహన చేసుకొనే క్రమంలో మరియు సమస్య సాధన సమయంలో అంశాలన్నింటినీ తర్కంతో జోడించి ఒక మొత్తంగా (wholistic) దృశ్యీకరించమంటారు. ఒక భావన అవగాహన పరచుకోవడంగానీ, సమస్య సాధన పద్ధతిగానీ, క్రమాన్నిగానీ దృశ్యీకరణ చేయలేకపోతే పిల్లలు అభ్యసనం చేయలేరు.

ప్రాతినిధ్యపరచడం అంటే దృశ్యీకరణ చేసిన భావననుగానీ, సమాచారాన్నిగానీ, పద్ధతిని బొమ్మ (చిత్రం) రూపంలో, పటరూపంలో, సంజ్ఞలరూపంలో పట్టికలు మరియు గ్రాఫ్ల రూపంలో చూపగలగాలి. ప్రాతినిధ్యపరచిన రూపం సాధారణంగా అర్థమయ్యే రీతిలో ఉండి పూర్తి సమాచారాన్ని అందించే విధంగా ఉంటుంది. తరగతిలోని పిల్లలు దృశ్యీకరించడం - ప్రాతినిధ్యపరచడం నైపుణ్యాలు ప్రదర్శించగలగాలంటే వారు కింది సూచికలను కల్గిఉండాలి.

- పట్టికలోని సమాచారం, సంఖ్యారేఖ, పటచిత్రం, దిమ్మచిత్రం, 2D పటాలు, 3D పటాలు మరియు పటాలను చదవడం.
- పట్టికలను రూపొందించడం, సంఖ్యారేఖపై చూపడం, గుర్తులు పటచిత్రములు, దిమ్మచిత్రములు, పటాలను గీయడం వంటివి చేయగలగాలి.

తరగతి గదిలో విద్యార్థిలో దృశ్యీకరణ-ప్రాతినిధ్యపరచడం నైపుణ్యం పెంపొందింపబడాలంటే ఉపాధ్యాయుడు కింది విధానాన్ని అవలంబించాలి.

- భావనల అవగాహన సమయంలో, సమస్య సాధన సమయంలో దృశ్యీకరణ చేయడం అలవాటు చేయాలి.
- చేసుకొన్న దృశ్యీకరణను వివిధ రూపాలలో ప్రాతినిధ్యపరచడం అభ్యసనం చేయించాలి.

- గణిత అభ్యసన సమయంలో “ఇచ్చిన సమాచారాన్ని వివిధ రూపాలలో ప్రాతినిధ్యపరచడం” అనే నైపుణ్యాన్ని విద్యార్థిలో పెంపొందించాలి.
- సమాచారాన్ని సులువుగా చదవడానికి, విశ్లేషించడానికి, తగు నిర్ణయానికి రావడానికి వీలగు వివిధ రూపాలలో ప్రాతినిధ్యపరచగలిగేలా పిల్లలకు పూర్తి తరగతిలో / జట్లలో చర్చింపజేస్తూ అవగాహన పరచాలి.
- అయితే ఈ ప్రాతినిధ్యపరచడం అనే నైపుణ్యాన్ని వేరుగా కాకుండా గణితంలో భాగంగానే పిల్లలు నేర్చుకునేలా ఉపాధ్యాయులు అవసరమైన సందర్భాలలో సలహాలు, సూచనలిస్తూ, పిల్లలతో చర్చింపజేస్తూ అవగాహన పరచుకునేలా చేయాలి.



పాఠ్యాంశంలోని విశేషాంశాలు

గణిత శాస్త్రాభివృద్ధి మానవుడి వివిధ సందర్భాలలో అవసరాలకు అనుగుణంగా జరిగింది. అమూర్త సంఖ్యల ఆవిష్కరణ, వాటిపై వివిధ ప్రక్రియలు వివిధ సందర్భాలలో మానవుని అవసరాలకణుగుణంగా నిర్వహించ బడ్డాయి. ఈ అమూర్త అంశాలు కొన్ని సందర్భాలలో సరిపోకపోతే మరింత అమూర్త భావనలతో కూడిన బీజగణితం, సంఖ్యా విశ్లేషణ. త్రికోణమితి లాంటి అంశాలు పరిచయం చేయబడి వృద్ధిచెందినాయి. వీటిలోని అంశాలైన సమితులు, సంవర్గమానాలు, వర్గ సమీకరణాలు, రేఖీయ సమీకరణాలు, త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు లాంటి భావనలు. వివిధ సందర్భాలలో మానవుని అవసరాల రీత్యా ఆవిష్కరించబడి వివిధ సందర్భాలలో ఎదురయ్యే సమస్యలను సాధించడానికి ఉపయోగపడుతున్నవి. కాని గణితం అంటే కేవలం సమస్యలు మరియు వాటి సాధనేకాదు. గణితంలో ఒక సౌందర్యం ఉంది. ఆ సౌందర్యాన్ని కొన్ని ప్రవచనాలరూపంలో, సూత్రాల రూపంలో (ఉదా : యూక్లిడ్, పైథాగరస్, ఆర్యభట్ట, భాస్కరాచార్య) తెలియచెప్పడం జరిగింది. గణితంలో వివిధ భావనలైన సంఖ్యలు, జ్యామితీయాకారాలు వాటి ధర్మాలను అనుసంధానం చేయడం ద్వారా కొన్ని ప్రవచనాలు ఏర్పరచడం, వాటిలోని సత్యాసత్యాలను పరీక్షించడం ద్వారా వారు గణితంలో కొన్ని సిద్ధాంతాలు లేదా సూత్రాలు ప్రవచించగలిగినారు. కాని ఈ ప్రక్రియ మొత్తంలో తర్కం (logic) అనేది వెన్నెముక లాంటిది. గణితంలో ఏది నిర్వచించబడినా, ఏది ప్రతిపాదించబడినా తర్కం లేకుండా ప్రవచించబడవు. ఆ తర్కమే మానవున్ని గణితాన్ని ఆనందించేటట్లు చేస్తుంది.

ఉన్నత తరగతులలో అభ్యసించే గణితం, పైన చర్చించినట్లు వివిధ నిజ జీవిత సందర్భాలలో ఎదురయ్యే సమస్యలను సాధించడానికి మరియు గణితాన్ని ఆనందించడానికి (have fun) ఉపయోగపడాలి. గణితంలో ఉన్నతస్థాయి తర్కంతో నిర్వచించబడిన ప్రవచనాల సత్యాసత్యాలను పరీక్షించడానికి మరియు వాటిని ఆనందించడానికి గణితాభ్యసనం దోహదపడాలి. కాని ఈ రోజుల్లో గణితాభ్యసనం మన తరగతి గదుల్లో ఎలా సాగుతుంది. మీ

తరగతిలోని విద్యార్థి గణితంలోని సౌందర్యాన్ని చూడగలుగుతున్నాడా? గణితాభ్యసనం విద్యార్థికి ఆనందం కల్గిస్తుందా?

మనం గణితపరంగా నిర్ణయించుకొన్న లక్ష్యాలు మన విద్యార్థిలో సాధించాలనుకుంటే, కేవలం పాఠ్యపుస్తకంలోని సమస్యలను ఉపాధ్యాయులమైన మనం సాధించగలిగితే సరిపోదు. పాఠ్యపుస్తకంలో వివరించబడిన భావనల అవగాహనతోపాటు ఆ భావనల నేపథ్యం (back ground) గురించి కూడా అవగాహన ఉంటే మనతో పాటు, విద్యార్థి కూడా గణితాన్ని ఆనందించే అవకాశం ఉంటుంది.

మనం గణితపరంగా నిర్దేశించుకొన్న లక్ష్యాలు మన తరగతి గదిలో సాధించబడాలంటే మన నూతన పాఠ్యపుస్తకాల లోని విశేషాంశాలు, వాటి తరగతి గది ప్రాముఖ్యతను తెలుసుకోవాల్సిన అవసరముంటుంది. నూతన పాఠ్యపుస్తకంలోని అధ్యాయాలలో కొన్ని విశేషాంశాలను చర్చిద్దాం.

1. వాస్తవ సంఖ్యలు

మొదటి అధ్యాయాన్ని వాస్తవ సంఖ్యలు మనం గమనించినట్లైతే, అందులో అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యలు, వాటిధర్మాలు చర్చించడం జరిగింది. ఈ ధర్మల ఆధారంగా కొన్ని సిద్ధాంతాలు ప్రవచించడం జరిగింది. ఆ సిద్ధాంతాలలోని తర్కాన్ని మనం అవగాహన చేసుకొంటే, దానిని విద్యార్థులచే అవగాహన చేయిస్తే వారికి పై స్థాయిలో గణితం పట్ల అభిరుచి పెరిగి గణితశాస్త్రంలో పరిశోధకులుగా సమాజానికి అందే అవకాశం ఉంటుంది.

మొదట “అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతం” చర్చించడం జరిగింది. కాని అది కేవలం సమస్యాసాధన దృష్టిలో మాత్రమే చర్చించబడలేదు. కొన్ని ప్రత్యేక సంఖ్యలను తీసుకొని వాటిలోని ప్రత్యేకతలను అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతం ఆధారంగా చర్చించబడింది. అంతేకాకుండా ఆ చర్చల ఆధారంగా మరి కొన్ని “గణిత సిద్ధాంతాలను” ప్రవచించే విధానాన్ని చర్చించడం జరిగింది. ఇక్కడ ఉపాధ్యాయులుగా మనం చేయాల్సిందల్లా ఒకటే... పిల్లలు మరి కొన్ని సంఖ్యలను తీసుకొని, వాటిని పరీక్షించి వారి పరిశీలనల ఆధారంగా కొత్త సిద్ధాంతాలను స్వంతంగా ప్రవచింప చేసేటట్లు చేయాలి. అదేవిధంగా అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యలకు సంబంధించిన ధర్మాలను కూడా ప్రతిపాదనలు లేదా సిద్ధాంతాల రూపంలో ప్రతిపాదించేటట్లు పిల్లలకు అలవాటుచేయాలి. ఇక అదే అధ్యాయంలో చర్చించబడిన “సంవర్గమానాలు” అనే భావన నేపథ్యం మనం అవగాహన చేసుకోవాలి. ‘సంవర్గమానం’ భావనను మనం అవగాహన చేసుకోవాల్సిన అవసరం ఉందా? ఈ భావనను పిల్లలు నేర్చుకోకపోతే ఏమౌతుంది? అనే ప్రశ్నలకు మనం సమాధానం చెప్పగలిగితే మనకు సంవర్గమానాల ప్రత్యేకతలు, నేపథ్యం అవగాహన అయ్యే అవకాశం ఉంటుంది. అందుకు ఒక ఉదాహరణను గమనిద్దాం

మొదట పిల్లలను ఈ విధంగా ఆలోచింపజేస్తే, వారి స్పందన ఎలా ఉంటుంది?

$$10^4 = 10000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

$$10^{1/2} = ?$$

ఇంకా $10^x = 2$ కావాలంటే x విలువ ఎంత ఉండాలి.

లేదా $10^y = 3$ కావాలంటే y విలువ ఎంత ఉండాలి.

ఈ x, y విలువలను కనుక్కోడానికి ఏమైనా మార్గాలున్నాయా? ఇంకా $10^x = 2$ మరియు $10^y = 3$ అయితే $x + y$ విలువ ఎంత?

ఇలాంటి ప్రశ్నలకు సమాధానాలను పిల్లలతో ఆలోచింపజేస్తే సంవర్గమానాల అవసరం పిల్లలకు అవగతమయే అవకాశం ఉంటుంది. సంవర్గమానాన్ని కేవలం ఒక ప్రక్రియగా యాంత్రికంగా అవగాహన చేయిస్తే ఆభావన కేవలం యాంత్రికంగా సమస్యలను సాధించడానికే పరిమితమౌతుంది.

ఉపాధ్యాయులకు ఒక ప్రశ్న :

- అంకగణిత శ్రేణి (A.P) గుణశ్రేణి (GP)లకు సంర్గ మానంతో ఏమైనా సంబంధం ఉందా?
- సంవర్గమాన సంఖ్యమరియు భూముల నిర్వచనాల పరిమితులేమి? ఎలా నిర్ణయించవచ్చు?

2. సమితులు:

సమితులు అనే అధ్యాయంలో సమితికి సంబంధించిన ప్రాథమిక భావనలు మరియు సమితిలోని గణితభాషకు సంబంధించిన సంజ్ఞలు పరిచయం చేయబడింది. నిజానికి సమితులు అనే భావన అమూర్త బీజగణితానికి (abstract algebra) పునాది లాంటిది. (cantor) సమితి భావన ఆవిష్కరణ విధానం ఉన్నతస్థాయి గణితంలో భాగంగానే అవగాహన అవుతుంది. కాని నేటి ప్రపంచీకరణ సమాజంలో (Commerce, Arts, Management) చదివే విద్యార్థులకు సమితుల ప్రాథమిక భావనలు అవసరమౌతాయి. కావున సమితుల ప్రాథమిక భావనలకు, దానిలోని గణిత భాష వినియోగానికి ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలి.

3. బహుపదులు :

బహుపదులు అధ్యాయంలో వర్గబహుపదుల గ్రాఫ్లతోబాటు, ఘన బహుపదుల గ్రాఫ్లను కూడా చేర్చడం జరిగింది. అలాగే ఒక బహుపది గుణకాలకు, దాని శూన్యవిలువలకు మధ్య సంబంధాలను గురించి కూడా చర్చించడం జరిగింది.

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + \dots + \dots + a_n.$$

అనేది ఒక 'n' వ పరిమాణ బహుపది. దీనిలో $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ లు గుణకాలు.

ఈ బహుపది శూన్యవిలువలు లేదా మూలాలు $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ అయితే

$$\sum \alpha_1 = \frac{-a_1}{a_0}$$

$$\sum \alpha_1 \alpha_2 = \frac{a_2}{a_0}$$

$$\sum \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = \frac{-a_3}{a_0}$$

$$\sum \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$$

4. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత :

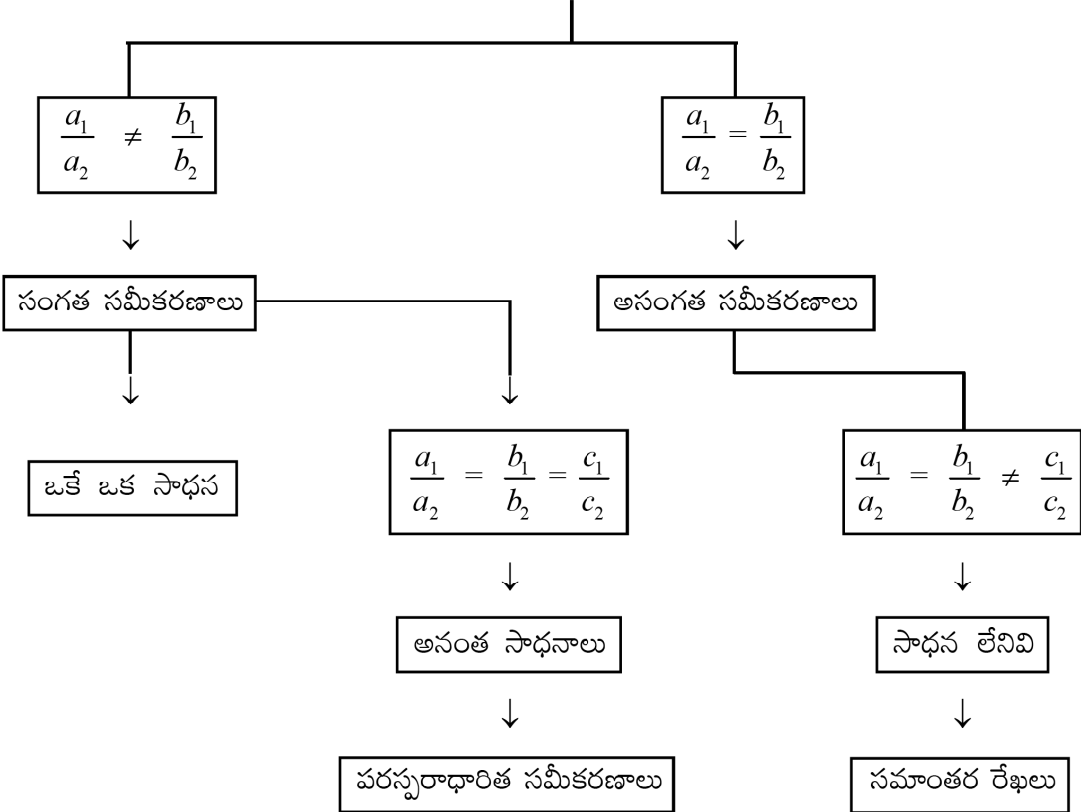
రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జతలను పరిశీలిస్తే ఒక సమీకరణానికి యిరువైపులా ఒకే సంఖ్యను కూడిన (లేక) తీసివేసిన, అదేవిధంగా ఒక సమీకరణాన్ని యిరువైపులా ఒకే శూన్యేతర సంఖ్యచే గుణించిన లేక భాగించిన దాని సాధనలో ఏమీ మార్పులు జరుగకపోవడాన్ని మనము గమనించవచ్చును.

ఈ సమీకరణ వ్యవస్థలను సులభంగా అర్థం చేసుకోవడానికి ఈక్రింది పట్టికను పరిశీలించండి.

రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$



5. వర్గ సమీకరణాలు

వర్గ సమీకరణాలంటే మనం సాధారణంగా బహుపదుల కొనసాగింపుగానే పరిగణిస్తాం. ఇంకా కేవలం వర్గసమీకరణాల మూలాలు కనుక్కోవడం, వాటి స్వభావాన్ని కనుక్కోవడమే వర్గసమీకరణాలను. అవగాహన చేసుకోవడంగా

చూస్తున్నాం. వర్గసమీకరణాలను నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనకు మార్గంగా గానే, మన నిత్యజీవితంలో వాటి ప్రాధాన్యతగానే గణిత అభ్యసనంలో తక్కువ ప్రాధాన్యతగా భావించబడింది. అందువలన ఈ అధ్యాయంలో మొదట నిత్యజీవిత సందర్భాల ఆధారంగా వర్గసమీకరణాల తయారీ, వాటి ద్వారా సమస్యల సాధన మొ॥నవి చర్చించబడినవి. ఈ అధ్యాయంలో వర్గ సమీకరణాలను సాధించే వివిధ పద్ధతులను చర్చించడం ద్వారా వివిధ సమస్యసాధన పద్ధతులు పిల్లలకు అలవడతాయి. అంతేకాకుండా మూలాల స్వభావం గురించి పిల్లలకు అవగాహన కావాలంటే 'వివక్షణి' గురించి అవగాహన కావాల్సిన అవసరముంది. "వివక్షణి" ని మూలాల స్వభావాన్ని తెలుసుకోవడానికి ఎందుకు పరిగణలోకి తీసుకోవాలో పిల్లల్లో చర్చ జరగడానికి అవకాశమివ్వాలి. కేవలం యాంత్రికంగా సమస్యల సాధనకే పరిమితం కాకుండా, ఆ పద్ధతులలోని తర్కానికి ప్రాధాన్యనిస్తే ఆనందంగా గణితానుభూతి పొందే అవకాశముంటుంది.

6. శ్రేణులు :

శ్రేణులను గణితంలో సంఖ్యాభావనలో మరియు బీజగణిత ప్రాథమిక భావన అభివృద్ధిలో ఒక భాగంగా చూస్తుంటారు. ఆ భగవంతుడు సృష్టించిన ఈ సృష్టిలో చాలావాటిని గణితపరంగా పరిశీలించినపుడు ఎన్నో అద్భుత విషయాలు కనిపిస్తూ ఉంటాయి. శ్రేణులను పరిచయం చేసే క్రమంలో ప్రొద్దు తిరుగుడు పువ్వు, తేనె తుట్టెలోని రంధ్రాల ఆకారం, కుందేళ్ళ ప్రత్యుత్పత్తి జరిపే క్రమంలో వాటి సంఖ్య మొ॥వి పరిశీలించ చేసి శ్రేణులు ఏర్పడే విధానాన్ని పిల్లలకు ఆసక్తి కలిగేటట్లు అధ్యాయం ప్రారంభించబడింది.

వాటి ఆధారంగా అంక శ్రేణి మరియు గుణశ్రేణులను గురించి చర్చించడం జరిగింది. ఇక్కడ ఒక ముఖ్య విషయమేమిటంటే ఈ శ్రేణులు అవగాహన చేసుకొనే క్రమంలో "సాధరీణకరణ" చేసి "సూత్రీకరణ" చేసే విధానం అలవాటు కావాలి. ఈ అలవాటు కేవలం శ్రేణులను సూత్రీకరించడమే కాకుండా, ఇతర పలు బీజగణిత, అంకగణిత, జ్యామీయ భావనల అవగాహన క్రమంలో సూత్రీకరణ చేయడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు nవ పదాన్ని కనుక్కోవడం, n పదాల మొత్తాన్ని కనుక్కోవడం ఈ అధ్యాయంలో చర్చించబడినాయి.

7. నిరూపక రేఖాగణితం :

గణితంలోని బీజగణిత సమస్యలను జ్యామితీయ భావనలనుపయోగించి, జ్యామితీయ సమస్యలను బీజగణిత భావనలనుపయోగించి సాధించడానికి నిరూపకరేఖా గణితం సులభతరం చేసింది. రెనెదికార్డె మరియు పార్మాట్ లాంటి వారి కృషి వల్ల నిరూపక రేఖాగణితం సృష్టించబడిందని, పుష్టించబడే క్రమంలోని ఆసిక్తి రేపే విషయాలను పిల్లలతో చర్చించడం వలన నిరూపక రేఖాగణితం అవసరం తెలుస్తుంది. ఈ అధ్యాయంలో వివిధ భావనల కేవలం సూత్రాల పరిచయం, సమస్యల సాధనకే పరిమితం కాకుండా, సూత్రాల నేపథ్యాలను చర్చించడం జరిగింది. ఈ అధ్యాయంలో రెండు బిందువుల మధ్యదూరం, విభజన సూత్రం, దానిద్వారా మధ్యబిందువు, గురుత్వకేంద్రం, త్రాధాకరణ బిందువు, త్రిభుజు వైశాల్యం, దానిద్వారా చతుర్భుజాల వైశాల్యం మరియు సరళరేఖ వాలు మొదలగునవి చర్చించడం జరిగింది. ఈ అధ్యాయంలో ఒక ముఖ్యమైన గమనించాల్సిన విషయమేమిటంటే మూడు బిందువులు సరేఖీయాలు

అవుతాయా? లేదా? అని పరీక్షించే మూడు విధానాలు చర్చించబడినాయి.

8 & 9. సరూప త్రిభుజాలు & వృత్తానికి స్పర్శరేఖలు మరియు ఛేదనరేఖలు :

ఈ పాఠ్యపుస్తకంలో జ్యామితికి సంబంధించిన త్రిభుజ ధర్మాలును 9వ తరగతిలో పిల్లలు అభ్యసించిన వాటికి కొనసాగింపుగా ఉన్నాయి. 10వ తరగతిలో అభ్యసించాల్సిన జ్యామితికి సంబంధించిన భావనల అవగాహనకు 8వ మరియు 9వ తరగతులలో అభ్యసించిన జ్యామితీయ ప్రాథమిక భావనల అవగాహన పూర్వ భావనల రూపంలో అత్యవసరం అని ఇంటు మనం గ్రహించాలి. సరూప త్రిభుజాల భావనలు మరియు వాటికి సంబంధించిన సిద్ధాంతాలు విద్యార్థికి ఇంజనీరింగ్ లేదా ఇతర ఇతర పై చదువుల అభ్యసనానికి అవసరమౌతాయి

ఈ అధ్యాయంలో మొదట త్రిభుజాల సరూపకత, దాని ఆధారంగా థేల్స్ సిద్ధాంతం దాని ఆధారంగా “ఇచ్చిన రేఖాఖండాన్ని ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో విభజించుట” ఇవ్వబడినవి ఒక దానితో మరొకటి ముడిపడి ఉన్న ఈ భావనలను దేనికదే చూడకుండా క్రమంగా ఒక దాని తర్వాత మరొకటి అభ్యసించుట వలన ఆ అభ్యసనం మరింత ఆహ్లాదకరంగా పరిపుష్టి అవుతుంది. ఈ అధ్యాయంలో మరిన్ని సరూపకతకు సంబంధించిన నియమాలు (కో.కో.కో, భు.భు.భు, భు.కో.భు) లను చర్చించిన తర్వాత సరూప పటాల వైశాల్యాల గురించి చర్చించడం జరిగింది. దాని ఆధారంగా కొన్ని నిత్య జీవితానికి సంబంధించిన రాత సమస్యలను సాధించే పద్ధతులను చర్చించడం జరిగింది.

జ్యామితికి సంబంధించి మరొక అధ్యాయమైన వృత్తానికి స్పర్శరేఖలు మరియు ఛేదనరేఖలు లో ఛేదనరేఖలు, స్పర్శరేఖల మధ్య బేధంతో మొదలై స్పర్శరేఖలకు సంబంధించిన సిద్ధాంతాలను చర్చించడం జరిగింది. స్పర్శరేఖల నిర్మాణాన్ని కూడా అభ్యసనంలో ఒక భాగంలో ఈ అధ్యాయంలో చేర్చబడింది. అంతే కాకుండా ఛేదనరేఖలతో ఏర్పడు వృత్త ఖండవైశాల్యాలను కనుక్కోనే పద్ధతిని పిల్లలకు జ్యామితిలో అభ్యసన భాగం మారినదని గ్రహించవచ్చు. దాని ఆధారంగా నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే రకరకాల డిజైన్లకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించే క్రమంలో గణిత అభ్యసనం పిల్లలకు ఎంతో ఆనందాన్నిస్తుంది. కాని పాఠ్యపుస్తకంలోని సమస్యలను మాత్రమే సాధించడానికి పరిమితం కాకుండా మరిన్ని సమస్యలను పిల్లలచే తయారు చేయించి సాధించేస్తే గణిత జ్ఞానంతో పాటు పిల్లలకు ఆహ్లాదంగాకూడా ఉంటుంది.

10. క్షేత్రమితి :

10వ తరగతిలో క్షేత్రమితికి సంబంధించి అభ్యసించాల్సిన భావనలు 9వతరగతి వరకు పిల్లలు నేర్చుకున్న క్షేత్రమితి చెందిన భావనల కొనసాగింపుగా పాఠ్యపుస్తకంలో ఇవ్వబడినవి. 9వ తరగతి వరకు క్షేత్రమితిలో వివిధ క్రమకార వస్తువుల కొలతలు వాటి గణనల గురించి పిల్లలు నేర్చుకొని ఉంటారు. 10వతరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో రెండు లేదా మూడు ఘనాకారాల కలయిక వలన ఏర్పడే క్రొత్త ఆకారానికి సంపూర్ణతర వైశాల్యం లేదా ఘన పరిమాణాలను కనుక్కోనే పద్ధతి పిల్లలు ఊహించగలగాలి. ఈ అధ్యాయంలోని భావనల అవగాహనకు పిల్లలు పూర్వభావనలతో పాటు దృశీకరణ నైపుణ్యం కూడా అవసరమౌతుంది. మనం మన నిత్య జీవితంలో కేవలం క్రమాకారాలలో (గోళం, ఘనం, దీర్ఘఘనా, శంఖువు) లాంటి వస్తువులనే కాకుండా రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఆకారాల కలయికతో ఏర్పడే వస్తువులను కూడా చూస్తూ ఉంటాం. కావున ఇలాంటి వస్తువుల కొలతలను కూడా మనం కనుక్కోవాల్సిన అవసరం ఏర్పడుతుంది. అలాంటి వస్తువుల సంపూర్ణ తలవైశాల్యం, ఘనపరిమాణాలను

కనుక్కొనే విధానాలు పాఠ్యపుస్తకంలో చర్చించబడినాయి.

11 & 12. త్రికోణమితి & త్రికోణమితీయ అనువర్తనాలు :

జ్యామితీయ భావనలు నిత్యజీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను సాధించడానికి ఉపయోగపడతాయి. కాని త్రిభుజంలోని కోణాలకు వాటి అనురూప భుజాలకు సంబంధం ఉంటుందని జ్యామితీయ సిద్ధాంతాల పరంగానే మనకు తెలుసు. కొన్ని సందర్భాలలో ఒక త్రిభుజంలోని ఒక కోణానికి సంబంధించిన అనురూప భుజాల నిష్పత్తిని నిర్వచించేస్తే, అది చాలా నూతన సమస్యలను పరిష్కరిస్తుంది. నిజానికి ఈ విధానం క్రీ.పూ.500ల నాటికే వినియోగంలో ఉంది. రకరకాల ఖగోళశాస్త్రానికి సంబంధించిన గణనలు ఈ నిష్పత్తుల వఆధానిరస్తంజాగానే చేయబడేవి.

ఈ అధ్యాయంలో ముఖ్యంగా లంబకోణాలు నిత్యజీవిత వివిధ సందర్భాలలో ఏర్పడటాన్ని ఊహించడం అలవాడ కావాలి. ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో ఒక అల్పకోణానికి చెందిన “ఎదుటి భుజం” & “ఆనన్న భుజాల”ను గుర్తించడంలో కొందరు ఇబ్బంది పడుతూ ఉంటారు. ఈ సమస్యను పరిష్కరించగల్గితే త్రికోణ మితియ నిష్పత్తులను నిర్వచించడం చాలా సులువవుతుంది. కొన్ని ప్రత్యేక కోణాల త్రికోణమితీయ నిష్పత్తుల విలువలు చాలా సందర్భాలలోని ఎత్తులు, దూరాలకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరించడంలో ఉపయోగపడతాయి. అంతేకాకుండా భవిష్యత్తులో త్రికోణమితీయ ప్రమేయాల అధ్యయనానికి అవసరమైన ప్రాథమిక భావనలు కూడా ఈ అధ్యాయంలో ఉన్నాయి. (ఉ దా. 0° నుండి 90° వరకు $\sin \theta$, $\cos \theta$ ల విలువల మార్పు, సాధారణీకరణ) పూరకకోణాల త్రికోణమితీయ నిష్పత్తుల మార్పు, మరియు త్రికోణమితీయ సర్వసమీకరణాలు, వాటి ఉపయోగం చర్చించబడింది. పిల్లలచే నూతన త్రికోణమితీయ నియమాలను తయారు చేయడం, త్రికోణమితీయ సమీకరణాల సాధన ఈ అధ్యాయంలో చేర్చబడినాయి. పిల్లలు వారికున్న జ్యామితీయ పూర్వభావనలనుపయోగించి రకరకాల త్రికోణమితీయ సూత్రకరణలు చేయడం వాటి ఆధారంగా పలు సమస్యలను సాధించడం పిల్లలకు అలవాటు కావాల్సిన అవసరముంటుంది. త్రికోణమితి అనగానే కొన్ని అర్థంలేని సంజ్ఞలు మరియు వాటి సూత్రాలు బట్టిపట్టి సమస్యలు సాధించడమే కాదు. అందులో దాగి ఉన్న నిత్యజీవిత అవసరం, దానిలోని తార్కికతను అవగాహన చేసుకొంటే ఎన్నో అద్భుతమైన ఆవిష్కరణలు పిల్లలే చేయగలుగతారు.

త్రికోణమితీయ అనువర్తనాలు సాధారణంగా అందరం ఉపాధ్యాయులకు భవనాల ఎత్తులను, దూరాలను కనుక్కోవడానికి ఉద్దేశించబడిందిని తెలుసు. కాని నిజ జీవితంలో కొన్ని ఉదాహరణగా ప్రయోగాత్మకంగా చేసి చూస్తే ఒక వస్తువు ఎత్తునుగాని, దూరాన్నిగాని కనుక్కొనే ప్రయత్నం చేస్తే ఈ అధ్యాయం యొక్క ప్రయోగిక విలువ విద్యార్థులకు అవగాహన అవుతుంది.

13. సంభావ్యత :

మన నిత్యజీవితంలో చాలా రకాల సంఘటనలు మనం ఊహించేవి, ఊహించనవి మనకు ఎదురవుతూ ఉ ంటాయి. సాంకేతిక రంగంలో, వ్యాపార రంగంలో ఆకస్మత్తుగా పరిణామాలు సంభవిస్తూ ఉంటాయి. ఈ సందర్భాలలో ఎదురయ్యే పలురకాల సమస్యలు సాధించడానికి సంభావ్యత ఉద్దేశించబడింది. 10వ తరగతి స్థాయిలో చిన్న చిన్న ఘటనల సంభవించే సంభావ్యత గణించే విధానం పిల్లలకు అవగతమైతే అవి వారి ఉన్నత విద్యాభ్యసంలో పలు సందర్భాల్లో ఉపయోగపడతాయి.

14. సాంఖ్యిక శాస్త్రం :

మానవాభివృద్ధి క్రమంలో మానవుని చుట్టూ చాలా వ్యవస్థలు అభివృద్ధి చెందినాయి. మార్కెట్ వ్యవస్థ, పాఠశాల వ్యవస్థ, అధికార యంత్రాంగం మొ.వి ఈ విధంగా చాలా వ్యవస్థలు అభివృద్ధి చెందినాయి. ఈ వ్యవస్థలలో చాలారకాల సమాచారాలు, అంకెలు, పదాల రూపంలో లభిస్తుంటాయి. ఈ సమాచారాలను చాలా సులభమైన రీతిలో భద్రపరచడానికి, ప్రదర్శించడానికి చాలా సాంఖ్యికశాస్త్ర పద్ధతులు అభివృద్ధి చెందినాయి. అంతేకాకుండా ఆ రూపాలలోని సమాచారాన్ని వివిధ గణనల ఆధారంగా వ్యాఖ్యానించవచ్చు.

ప్రస్తుత 10వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో “సాంఖ్యికశాస్త్రం” లో “కేంద్రీయ స్థానకాలతలు” (Measures of central tendency) వివిధ పద్ధతులలో గణన చేసే నైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచడానికి చర్చించబడినాయి. కాని ఈ విధానాలను కేవలం వివిధ దత్తాంశాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించడానికే పరిమితం చేయకుండా వచ్చిన ఫలితాల ఆధారంగా దత్తాంశాన్ని వ్యాఖ్యానాలు చేసే నైపుణ్యాన్ని విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచాలి. అంతేకాకుండా ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పానఃపుణ్య వక్రాల ఆధారంగా మధ్యగతాన్ని కనుక్కోనే విధానాన్ని పరిచయం చేయడం జరిగింది. మరి ఈ వక్రాల ఆధారంగా అంకగణితసగటు, బాహుకకాలను కనుక్కోవచ్చా? అవును అయితే ఎలా కనుక్కోవచ్చు? కనుక్కోలేకపోతే ఎందుకు? చర్చించండి.

అనుబంధం : (గణిత సమూహ విధానాలు)

మనం ఇంత వరకు గణిత అధ్యాయాల పరంగా, ఏ ఏ అధ్యాయంలో ఏ ఏ విశేషాంశాలు పాఠ్యపుస్తకంలో పొందు పరచ బడినాయో చర్చించాం. మన రాష్ట్రంలో మొట్టమొదటి సారిగా “గణితసమూహ విధానాలు” అనే అధ్యాయం పరిచయం చేయబడింది. మన చుట్టూ ఉన్న ప్రకృతిలో చాలా అంశాలు, వాటి గణన అసాధ్యమనిపిస్తూ ఉంటాయి. కాని వివిధ గణిత భావనల మేళవింపుతో, వివిధ సంధానాల ఆధారంగా అలాంటి సమస్యలు చాలా పరిష్కరించబడినాయి. ఉదా : సూర్యుడు, భూమికి మధ్య దూరాన్ని కనుక్కోవడం ఎవరెస్ట్ శిఖరం ఎత్తును కనుక్కోవడం. ఇలాంటి పలు సమస్యలు సాధింపబడడాన్ని “గణిత సమూహ విధానాలు” చేసే ప్రక్రియ సులభతరం చేస్తుంది.

గణిత సమూహ విధానాలు (Mathematical modelling) అధ్యాయ ప్రారంభంలో పైన చెప్పిన ప్రశ్నలలాంటి ఊహితీత ప్రశ్నలతో ప్రారంభించడం వలన అధ్యాయంపై ఉత్సుకతన కలుగుతుంది. ఇంకా అలాంటి ప్రశ్నలను సాధించే విధానాలను ఈ అధ్యాయంలో చర్చించడం జరిగింది. ఈ గణిత సమూహ విధానాలు చేసే ప్రక్రియలో పలు భావనలను తర్కం ఆధారంగా అనుసంధానం చేయడం, ఆ అనుసంధానాల ఆధారంగా సమస్యాసాధన పద్ధతిని దృశ్యీకరించడం, దానిపై సమస్యాసాధనా విధానాన్ని ఒక సమూహ రూపంలో ఊహించి కాగితం ప్రస్తుతించడం జరుగుతుంది. ఈ గణితసమూహ విధానాలు ముఖ్యంగా ఇంజనీరింగ్, మేనేజ్మెంట్ లాంటి ఉన్నత విద్యాభ్యాసం ఏసే సమయంలో లేదా వారివారి వృత్తులలో ఉపయోగపడతాయి.

ఈ అధ్యాయాలన్నింటిలోని విశేషాంశాల అవగాహనతో పాటు, ఆయా అధ్యాయాల్లోని వివిధ భావనలను ఎలా అవగాహన చేసుకోవాలి. కృత్యాలు ఎలా నిర్వహించి, పిల్లలతో ఎలా ఆలోచింపచేసి, ముగింపు ఎలా చేయాలి? అభ్యాసాలను ఎలా చేయించాలి? అనే విషయాలపై మనకు అవగాహన ఉండాలి. ఈ విషయాలపై పాఠ్యపుస్తకం

మనకు నిర్ణయాలు చేసుకొనే అవకాశం కల్పించినప్పటికీ, ఇంకా తరగతి గదిలోని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల మెరుగుదలకై పాఠ్యపుస్తకకం చివరి భాగంలో “ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు” పేర్కొనడం జరిగింది. దీనిని తరగతి గదిలో నిర్వహించాల్సిన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో అనుసరించాల్సిన వ్యూహాల రూపకల్పనకు ఒక మార్గదర్శిలా వాడుకోవచ్చు.

ఉపాధ్యాయుల కొరకు మాత్రమే కాకుండా, పాఠ్యపుస్తకాన్ని సక్రమంగా వినియోగించుకోడానికి పిల్లలకు కూడ ఆపాఠ్యపుస్తక కవర్ పేజీ లోపల “పిల్లలకు సూచనలు పేర్కొనడం” జరిగింది. దీనిలో పిల్లలు భావనల అవగాహన సమయంలో ఎలా వ్యవహరించాలి? వివిధ రకాల అభ్యాసాల ఉద్దేశ్యమేమి? వాలి ఎలా సాధించాలి? అనే విషయాలు చెప్పబడినవి వీటిని విద్యార్థులు చదివి, సక్రమంగా ఉపాధ్యాయుడి సమక్షంలో ఆయా సూచనలు పాటిస్తే విద్యార్థుల గణితాభ్యసనం మెరుగుదల ఉంటుంది.

ఈ అధ్యాయంలో ఇంతవరకు 10వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలోని వివిధ అధ్యాయాలలోని విశేషాంశాలను మనం చర్చించాం. ఈ విశేషాంశాలు ఉపాధ్యాయులమైన మనకు తరగతిగదిలో విద్యార్థులలో గణిత పరంగా పెంపొందించే నైపుణ్యాలు, ఏవిషయావగాహన పై ఎలా దృష్టిపెట్టాలి? వంటి అంశాలు చర్చించాం. ఈ విశేషాంశాలు మన విద్యార్థుల్లో ఆశించిన లక్ష్యాలు సాధించడానికి ఉపయోగపడతాయని ఆశిద్దాం.